

Министерство образования и науки Астраханской области
Государственное автономное образовательное учреждение
Астраханской области высшего образования
«Астраханский государственный архитектурно-
строительный университет»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Математика

(указывается наименование в соответствии с учебным планом)

По направлению подготовки

08.03.01 «Строительство»

(указывается наименование направления подготовки в соответствии с ФГОС)

По профилю подготовки

«Промышленное и гражданское строительство»,

«Теплогазоснабжение и вентиляция», «Водоснабжение и

водоотведение», «Экспертиза и управление недвижимостью»

(указывается наименование профиля в соответствии с ООП)

Кафедра Системы автоматизированного проектирования и
моделирования

Квалификация (степень) выпускника *бакалавр*

Астрахань - 2018

Разработчик:

ДОЦЕНТ, К.П.Н.


(подпись)

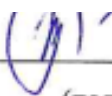
Аксютина И.В.

(занимаемая должность,
учёная степень и учёное звание)

Рабочая программа разработана для учебного плана 2018 г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Системы автоматизированного проектирования и моделирования»

протокол № 9 от 26 04 2018 г


(подпись) Петрова И.Ю.

Заведующий кафедрой

Согласовано:

Председатель МКН «Строительство»

профиль «Промышленное и гражданское строительство» 
(подпись) Ф.И.О.

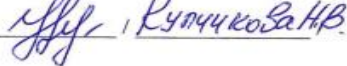
Председатель МКН «Строительство»

профиль «Теплогасоснабжение и вентиляция» 
(подпись) Ф.И.О.

Председатель МКН «Строительство»

профиль «Водоснабжение и водоотведение» 
(подпись) Ф.И.О.

Председатель МКН «Строительство»

профиль «Экспертиза и управление недвижимостью» 
(подпись) Ф.И.О.

Начальник УМУ  О.А. Шукалина
(подпись)

Специалист УМУ  И.А. Сурикова
(подпись)

Начальник УИТ  К.А. Лефина
(подпись)

Заведующая научной библиотекой 
(подпись)

Содержание:

	Стр.
1. Цели и задачи освоения дисциплины	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
3. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата	4
4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
5. Содержание дисциплины, структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	7
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	7
5.1.1. Очная форма обучения	7
5.1.2. Заочная форма обучения	8
5.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам	9
5.2.1. Содержание лекционных занятий	9
5.2.2. Содержание лабораторных занятий	10
5.2.3. Содержание практических занятий	11
5.2.4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	12
5.2.5. Темы контрольных работ (разделы дисциплины)	18
5.2.6. Темы курсовых проектов/курсовых работ	18
6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	18
7. Образовательные технологии	19
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	20
8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	20
8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения	21
8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины	21
9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22
10. Особенности организации обучения по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	25

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование знаний о математических закономерностях, математических методах сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений, и использование их в будущей профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- формирование целостного математического представления о науке;
- изучение основных, фундаментальных понятий и методов математики;
- обеспечение студентов математическим аппаратом математики, необходимым при изучении естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- выработка умений самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ инженерных задач.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Математика», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

ОПК – 1 - способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

ОПК – 2 - способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

знать:

- основные законы математики (ОПК-1);
- основные понятия в области математики; основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ОПК-2).

уметь:

- применять методы математического аппарата, в том числе, математического анализа при решении профессиональных задач (ОПК-1);
- выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико-математический аппарат для решения профессиональных проблем (ОПК-2).

владеть:

- первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю (ОПК-1);
- навыками применения физико-математического аппарата для решения проблем профессиональной деятельности (ОПК-2).

3. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина Б1.Б.06 «Математика» реализуется в рамках базовой части.

Дисциплина базируется на результатах обучения, полученных в рамках изучения следующих дисциплин: «Математика», «Информатика», изучаемых в средней школе.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Форма обучения	Очная	Заочная
Трудоемкость в зачетных единицах:	1 семестр – 4 з.е.; 2 семестр – 4 з.е.; 3 семестр – 4 з.е.. всего - 12 з.е.	1 семестр – 1з.е.; 2 семестр – 3з.е.; 3 семестр – 3з.е.; 4 семестр – 5з.е.. всего - 12 з.е.
Аудиторных (включая контактную работу обучающихся с преподавателем) часов (всего) по учебному плану:		
Лекции (Л)	1 семестр – 36 часов; 2 семестр – 36 часов; 3 семестр – 18 часов. всего - 90 часов	1 семестр – 8 часов; 2 семестр – 4 часа; 3 семестр – 4 часа; 4 семестр – 4 часа. всего - 20 часов
Лабораторные занятия (ЛЗ)	1 семестр – учебным планом не предусмотрены; 2 семестр – 18 часов; 3 семестр – 18 часов. всего - 36 часа	1 семестр – учебным планом не предусмотрены; 2 семестр – 2 часа; 3 семестр – 4 часа; 4 семестр – учебным планом не предусмотрены. всего - 6 часов
Практические занятия (ПЗ)	1 семестр – 36 часов; 2 семестр – 18 часов; 3 семестр – 36 часов. всего - 90 часов	1 семестр – 8 часа; 2 семестр – 4 часа; 3 семестр – 2 часа; 4 семестр – 4 часа. всего - 18 часов
Самостоятельная работа студента (СРС)	1 семестр – 72 часа; 2 семестр – 72 часа; 3 семестр – 72 часа. всего - 216 часов	1 семестр – 20 часа; 2 семестр – 98 часа; 3 семестр – 98 часа; 4 семестр – 172 часов. всего - 388 часов
Форма текущего контроля:		
Контрольная работа №1	семестр – 1	семестр – 1
Контрольная работа №2	семестр – 2	семестр – 2
Контрольная работа №3	семестр – 3	семестр – 2
Контрольная работа №4	<i>учебным планом не предусмотрены</i>	семестр – 3
Контрольная работа №5	<i>учебным планом не предусмотрены</i>	семестр – 4
Контрольная работа №6	<i>учебным планом не предусмотрены</i>	семестр – 4
Форма промежуточной аттестации:		
Экзамены	семестр – 1 семестр – 3	семестр – 2 семестр – 4
Зачет	семестр – 2	семестр – 1 семестр – 3
Зачет с оценкой	<i>учебным планом</i>	<i>учебным планом</i>

	<i>не предусмотрены</i>	<i>не предусмотрены</i>
Курсовая работа	<i>учебным планом не предусмотрены</i>	<i>учебным планом не предусмотрены</i>
Курсовой проект	<i>учебным планом не предусмотрены</i>	<i>учебным планом не предусмотрены</i>

5. Содержание дисциплины, структурированное по разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

5.1.1. Очная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины. (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы				Форма текущего контроля и промежуточной аттестации
				контактная			СРС	
				Л	ЛЗ	ПЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Линейная и векторная алгебра	40	1	10	-	10	20	К/раб. №1(о.о.) Экзамен
2.	Аналитическая геометрия	16	1	4	-	4	8	
3.	Комплексный анализ	8	1	2	-	2	4	
4.	Введение в анализ	16	1	4	-	4	8	
5.	Дифференциальное исчисление	64	1	16	-	16	32	К/раб. №2(о.о.) Зачет
6.	Интегральное исчисление	72	2	20	8	8	36	
7.	Кратные интегралы	40	2	8	6	6	20	
8.	Криволинейные интегралы	32	2	8	4	4	16	
9.	Дифференциальные уравнения	48	3	6	6	12	24	К/раб. №3(о.о.) Экзамен
10.	Ряды	48	3	6	6	12	24	
11.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики.	48	3	6	6	12	24	
Итого:		432		90	36	90	216	

5.1.2. Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел дисциплины. (по семестрам)	Всего часов на раздел	Семестр	Распределение трудоемкости раздела (в часах) по видам учебной работы				Форма текущего контроля и промежуточной аттестации
				контактная			СРС	
				Л	ЛЗ	ПЗ		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Линейная и векторная алгебра	9	1	2	-	2	5	К/раб. №1(з.о.) Зачет
2.	Аналитическая геометрия	9	1	2	-	2	5	
3.	Комплексный анализ	9	1	2	-	2	5	
4.	Введение в анализ	9	1	2	-	2	5	
5.	Дифференциальное исчисление	33	2	1	-	1	30	К/раб. №2(з.о.) К/раб. №3(з.о.) Экзамен
6.	Интегральное исчисление	31	2	1	1	1	28	
7.	Кратные интегралы	22	2	1	1	1	20	
8.	Криволинейные интегралы	22	2	1	-	1	20	
9.	Дифференциальные уравнения	108	3	4	4	2	98	К/раб. №4(з.о.) Зачет
10.	Ряды	90	4	2	-	2	86	К/раб. №5(з.о.) К/раб. №6(з.о.) Экзамен
11.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики.	90	4	2	-	2	86	
Итого:		432		20	6	18	388	

5.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам

5.2.1. Содержание лекционных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Линейная и векторная алгебра	Матрицы. Умножение матриц. Миноры и алгебраические дополнения. Ранг матрицы. Векторное пространство. Базис. Линейная зависимость векторов. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Линейное пространство.
2.	Аналитическая геометрия	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Полярная система координат. Плоскость и прямая в пространстве. Общая теория кривых второго порядка. Каноническое и параметрическое уравнения. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
3.	Комплексный анализ	Алгебра и комплексный анализ. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания. Комплексные числа и действия над ними в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация. Формула Эйлера. Формула Муавра.
4.	Введение в анализ	Понятие функции. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Непрерывность и точки разрыва.
5.	Дифференциальное исчисление	Производная. Производные сложной, обратной, параметрической функций. Производные высших порядков. Экстремумы. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа. Правило Лопиталя. Функции нескольких переменных.
6.	Интегральное исчисление	Первообразная. Неопределенный интеграл. Интегрирование методом замены переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Определенный интеграл Римана. Свойства определенного интеграла. Площадь плоских фигур в декартовой и полярной системах координат. Объем тел вращения. Длина кривой в полярной системе координат. Несобственные интегралы I, II рода.
7.	Кратные интегралы	Двойной интеграл, свойства и геометрический смысл. Область интегрирования. Алгоритм расстановки пределов интегрирования. Двойной интеграл в декартовых и полярных координатах. Определитель Якоби. Нахождение площади и объёма. Механические приложения двойного интеграла. Тройные интегралы.
8.	Криволинейные интегралы	Криволинейные интегралы I и II типа. Дифференциальные формы. Формула Стокса. Формула Грина.

9.	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка и высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка и n-го порядка с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.
10.	Ряды	Необходимый и достаточный признаки сходимости. Интегральный признак. Признак Даламбера. Признак Коши. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Ряды Фурье.
11.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики	Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей независимых и зависимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Начальные и центральные моменты случайных величин.

5.2.2. Содержание лабораторных занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Интегральное исчисление	Лабораторная работа «Введение в Mathcad». Лабораторная работа «Решение задач математического анализа. Неопределенный интегралы, интегрирование с помощью замены переменных». Лабораторная работа «Интегрирование по частям. Определённый интеграл». Лабораторная работа «Несобственные интегралы 1 и 2 – го рода».
2.	Кратные интегралы	Лабораторная работа «Двойные интегралы. Изменение порядка интегрирования». Лабораторная работа «Приложения двойного интеграла. Вычисление площадей». Лабораторная работа «Приложения тройного интеграла. Вычисление моментов».
3.	Криволинейные интегралы	Лабораторная работа «Теорема Стокса, криволинейные интегралы 2-го рода».
4.	Дифференциальные уравнения	Лабораторная работа «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными». Лабораторная работа «Дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами, характеристические многочлены». Лабораторная работа «Системы дифференциальных уравнений, решение матричным способом».
5.	Ряды	Лабораторная работа «Ряды».
6.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики	Лабораторная работа «Теория вероятностей. Элементы математической статистики».

5.2.3. Содержание практических занятий

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1.	Линейная и векторная алгебра	Матрицы и действия с ними. Вычисление определителей II, III и высших порядков. Вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы. Диагонализация матриц. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных уравнений и матричных уравнений. Разложение вектора по базису. Матрица перехода. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Вычисление обратной матрицы.
2.	Аналитическая геометрия	Вектора. Скалярное произведение векторов и его практическое применение. Векторное и смешанное произведение векторов. Моменты. Объем пирамиды. Прямая на плоскости. Расстояния от точки до прямой. Плоскость в пространстве. Нормальный вектор, расстояния от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Направляющий вектор. Линии и поверхности второго порядка, Эллипс. Гипербола. Парабола. Приведение линий и поверхностей второго
3.	Комплексный анализ	Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания. Комплексный анализ. Деление и умножение комплексных чисел. Формула Эйлера. Формула Муавра. Извлечение корней n -ой степени.
4.	Введение в анализ	Пределы последовательностей и функций. Замечательные пределы. Применение эквивалентных и бесконечно малых к вычислению предела. Вычисление пределов. Определение непрерывности функции и нахождение ее точек разрыва.
5.	Дифференциальное исчисление	Производная и дифференциал функции. Уравнение касательной. Приближенные вычисления. Таблица производных. Производные параметрических и неявных функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций. Выпуклость, вогнутость функций. Асимптоты. Кривизна кривой. Частные производные. Полный дифференциал функции с двумя аргументами. Производная сложной и неявной функции. Градиент функции. Производная по направлению. Экстремум
6.	Интегральное исчисление	Таблица интегралов. Метод интегрирования путем подведения под дифференциал. Интегрирование методом замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Интегрирование иррациональных функций.

7.	Кратные интегралы	Двойной интеграл, его свойства, геометрический смысл. Область интегрирования. Алгоритм расстановки пределов интегрирования. Двойной интеграл в декартовых и полярных координатах. Определитель Якоби. Физические приложения двойного интеграла. Физические приложения тройного интеграла. Тройной интеграл в декартовых, цилиндрических и сферических
8.	Криволинейные интегралы	Криволинейные интегралы I и II типов. Работа силы. Дифференциальные формы. Независимость интеграла от пути интегрирования. Формула Стокса. Формула Грина.
9.	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной и метод Бернулли. Уравнения Бернулли, Лагранжа и Клеро. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений. Метод сведения к одному уравнению. Решение матричным методом.
10.	Ряды	Числовые ряды. Определение сходимости положительных рядов по признакам сравнения. Признаки Даламбера, Коши и интегральные признаки для положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Область сходимости степенного ряда. Таблица рядов Тейлора-Маклорена.
11.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики	Элементы комбинаторики. Задачи на определение вероятности. Формула Бернулли. Производящая функция. Условная вероятность. Формула полной вероятности, формула Байеса. Дискретная случайная величина. Биномиальное распределение, закон Пуассона. Начальные и центральные моменты случайных величин. Непрерывная случайная величина. Нормальное распределение. Статистические гипотезы. Критерий Пирсона. Система двух случайных величин.

**5.2.4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
очная форма обучения**

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
1.	Линейная и векторная алгебра	Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Матрицы и действия с ними. Вычисление определителей II, III и высших порядков. Вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы. Диагонализация матриц.	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]

		<p>Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных уравнений и матричных уравнений. Разложение вектора по базису. Матрица перехода. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Вычисление обратной матрицы.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к экзамену.</p>	
2.	Аналитическая геометрия	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Полярная система координат. Плоскость и прямая в пространстве. Общая теория кривых второго порядка. Каноническое и параметрическое уравнения. Поверхности второго порядка.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к экзамену.</p>	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]
3.	Комплексный анализ	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания. Комплексные числа и действия над ними в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация. Формула Эйлера. Формула Муавра.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к экзамену.</p>	[[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]
4.	Введение в анализ	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Понятие функции. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Непрерывность и точки разрыва.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к экзамену.</p>	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]
5.	Дифференциальное исчисление	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Производная и дифференциал функции. Уравнение касательной. Приближенные вычисления. Таблица производных. Производные параметрических и неявных функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталья. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций. Выпуклость, вогнутость функций. Асимптоты. Кривизна кривой. Частные производные. Полный дифференциал функции с двумя аргументами. Производная сложной и</p>	[1], [3], [6], [8], [10], [11], [13]

		<p>невной функции. Градиент функции. Производная по направлению. Экстремум функции двух переменных.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №1.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	
6.	Интегральное исчисление	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам:</p> <p>«Таблица интегралов. Метод интегрирования путем подведения под дифференциал. Интегрирование методом замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Интегрирование иррациональных функций.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №2.</p> <p>Подготовка к зачету.</p>	[1], [3], [6], [8], [10], [11], [13]
7.	Кратные интегралы	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам:</p> <p>«Двойной интеграл, свойства и геометрический смысл. Область интегрирования. Алгоритм расстановки пределов интегрирования. Двойной интеграл в декартовых и полярных координатах. Определитель Якоби. Нахождение площади и объема. Механические приложения двойного интеграла. Тройные интегралы.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №2.</p> <p>Подготовка к зачету.</p>	[2], [4], [6], [9], [12], [13]
8.	Криволинейные интегралы	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам:</p> <p>«Криволинейные интегралы I и II типа. Дифференциальные формы. Формула Стокса. Формула Грина.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №2.</p> <p>Подготовка к зачету.</p>	[2], [4], [6], [9], [12], [13]
9.	Дифференциальные уравнения	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам:</p> <p>«Дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной и метод Бернулли. Уравнения Бернулли, Лагранжа и Клеро. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений. Метод сведения к одному уравнению. Решение матричным методом.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №3.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	[2], [4], [7], [9], [12], [13]
10.	Ряды	<p>Подготовка к практическим занятиям по</p>	[2], [4], [7], [9],

		<p>следующим темам: «Числовые ряды. Определение сходимости положительных рядов по признакам сравнения. Признаки Даламбера, Коши и интегральные признаки для положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Область сходимости степенного ряда. Таблица рядов Тейлора-Маклорена. Разложение функций в ряды Фурье.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №3. Подготовка к экзамену.</p>	[12], [13]
11.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Элементы комбинаторики. Задачи на определение вероятности. Формула Бернулли. Производящая функция. Условная вероятность. Формула полной вероятности, формула Байеса. Дискретная случайная величина. Биноминальное распределение, закон Пуассона. Начальные и центральные моменты случайных величин. Непрерывная случайная величина. Нормальное распределение. Статистические гипотезы. Критерий Пирсона. Система двух случайных величин. Смешанный момент, коэффициент корреляции.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №3. Подготовка к экзамену.</p>	[2], [4], [7], [9], [12], [13]

заочная форма обучения

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4
1.	Линейная и векторная алгебра	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Матрицы и действия с ними. Вычисление определителей II, III и высших порядков. Вычисление собственных значений и собственных векторов матрицы. Диагонализация матриц. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных уравнений и матричных уравнений. Разложение вектора по базису. Матрица перехода. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Вычисление обратной матрицы.»</p>	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]

		Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к зачету.	
2.	Аналитическая геометрия	Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Полярная система координат. Плоскость и прямая в пространстве. Общая теория кривых второго порядка. Каноническое и параметрическое уравнения. Поверхности второго порядка.» Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к зачету.	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]
3.	Комплексный анализ	Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания. Комплексные числа и действия над ними в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация. Формула Эйлера. Формула Муавра.» Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к зачету.	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]
4.	Введение в анализ	Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Понятие функции. Числовая последовательность и ее предел. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Непрерывность и точки разрыва.» Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к зачету.	[1], [3], [5], [8], [10], [11], [13]
5.	Дифференциальное исчисление	Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Производная и дифференциал функции. Уравнение касательной. Приближенные вычисления. Таблица производных. Производные параметрических и неявных функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталья. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций. Выпуклость, вогнутость функций. Асимптоты. Кривизна кривой. Частные производные. Полный дифференциал функции с двумя аргументами. Производная сложной и неявной функции. Градиент функции. Производная по направлению. Экстремум функции двух переменных.» Подготовка к контрольной работе №2. Подготовка к экзамену.	[1], [3], [6], [8], [10], [11], [13]
6.	Интегральное исчисление	Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Таблица интегралов. Метод интегрирования путем подведения под дифференциал	[[1], [3], [6], [8], [10], [11], [13]

		<p>Интегрирование методом замены переменной. Метод интегрирования по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Интегрирование иррациональных функций.»</p> <p>Выполнение лабораторных работ: «Интегрирование по частям. Определённый интеграл», «Несобственные интегралы 1 и 2 – го рода».</p> <p>Подготовка к контрольной работе №3.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	
7.	Кратные интегралы	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Двойной интеграл, свойства и геометрический смысл. Область интегрирования. Алгоритм расстановки пределов интегрирования. Двойной интеграл в декартовых и полярных координатах. Определитель Якоби. Нахождение площади и объёма. Механические приложения двойного интеграла. Тройные интегралы.»</p> <p>Выполнение лабораторных работ: «Приложения двойного интеграла. Вычисление площадей», «Приложения тройного интеграла. Вычисление моментов».</p> <p>Подготовка к контрольной работе №3.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	[2], [4], [6], [9], [12], [13]
8.	Криволинейные интегралы	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Криволинейные интегралы I и II типа. Дифференциальные формы. Формула Стокса. Формула Грина.»</p> <p>Выполнение лабораторной работы «Теорема Стокса, криволинейные интегралы 2-го рода».</p> <p>Подготовка к контрольной работе №3.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	[2], [4], [6], [9], [12], [13]
9.	Дифференциальные уравнения	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной и метод Бернулли. Уравнения Бернулли, Лагранжа и Клеро. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений. Метод сведения к одному уравнению. Решение матричным методом.»</p> <p>Подготовка к контрольной работе №4.</p> <p>Подготовка к зачету.</p>	[2], [4], [7], [9], [12], [13]

10.	Ряды	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Числовые ряды. Определение сходимости положительных рядов по признакам сравнения. Признаки Даламбера, Коши и интегральные признаки для положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Область сходимости степенного ряда. Таблица рядов Тейлора-Маклорена. Разложение функций в ряды Фурье».</p> <p>Выполнение лабораторной работы «Ряды».</p> <p>Подготовка к контрольной работе №5.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	[[2], [4], [7], [9], [12], [13]
11.	Теория вероятностей. Элементы математической статистики	<p>Подготовка к практическим занятиям по следующим темам: «Элементы комбинаторики. Задачи на определение вероятности. Формула Бернулли. Производящая функция. Условная вероятность. Формула полной вероятности, формула Байеса. Дискретная случайная величина. Биноминальное распределение, закон Пуассона. Начальные и центральные моменты случайных величин. Непрерывная случайная величина. Нормальное распределение. Статистические гипотезы. Критерий Пирсона. Система двух случайных величин. Смешанный момент, коэффициент корреляции.»</p> <p>Выполнение лабораторной работы «Теория вероятностей. Элементы математической статистики».</p> <p>Подготовка к контрольной работе №6.</p> <p>Подготовка к экзамену.</p>	[2], [4], [7], [9], [12], [13]

5.2.5. Темы контрольных работ

1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра
2. Дифференцирование
3. Интегрирование
4. Дифференциальные уравнения
5. Ряды
6. Теория вероятностей и математическая статистика

5.2.6. Темы курсовых проектов/ курсовых работ «учебным планом не предусмотрены».

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебной работы	Организация деятельности студента
--------------------	-----------------------------------

Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно. Фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, отметить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопросы задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия: работа с конспектом лекций, учебником, учебным пособием (чтобы основательно овладеть теорией вопроса); подготовка ответов к контрольным вопросам, работа с рекомендуемой литературой. Практические занятия играют важную роль в выработке у студентов навыков применения полученных знаний для решения практических задач совместно с преподавателем (решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.).
Лабораторные занятия	Методические указания по выполнению лабораторных работ
Самостоятельная работа / индивидуальное задание	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспекты основных положений, терминов, сведений, требующихся для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме, при этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. При необходимости составить список вопросов для обсуждения.
Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу
Подготовка к экзамену (зачету)	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

7. Образовательные технологии

Перечень образовательных технологий, используемых при изучении дисциплины «Математика».

Традиционные образовательные технологии

Дисциплина «Математика» проводится с использованием традиционных образовательных технологий ориентирующиеся на организацию образовательного процесса, предполагающую прямую трансляцию знаний от преподавателя к студенту (преимущественно на основе объяснительно-иллюстративных методов обучения), учебная деятельность студента носит в таких условиях, как правило, репродуктивный характер. Формы учебных занятий по дисциплине «Математика» с использованием традиционных технологий:

Лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя).

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по предложенному алгоритму.

Лабораторные занятия – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

Интерактивные технологии – организация образовательного процесса, которая предполагает активное и нелинейное взаимодействие всех участников, достижение на этой основе лично значимого для них образовательного результата. Наряду со специализированными технологиями такого рода принцип интерактивности прослеживается в большинстве современных образовательных технологий. Интерактивность подразумевает субъект-субъектные отношения в ходе образовательного процесса и, как следствие, формирование саморазвивающейся информационно-ресурсной среды.

По дисциплине «Математика» лекционные занятия проводятся с использованием следующих интерактивных технологий:

Лекция-визуализация - представляет собой визуальную форму подачи лекционного материала средствами ТСО или аудиовидеотехники (видео-лекция). Чтение такой лекции сводится к развернутому или краткому комментированию просматриваемых визуальных материалов (в виде схем, таблиц, графов, графиков, моделей). Лекция-визуализация помогает студентам преобразовывать лекционный материал в визуальную форму, что способствует формированию у них профессионального мышления за счет систематизации и выделения наиболее значимых, существенных элементов.

По дисциплине «Математика» лабораторные и практические занятия проводятся с использованием следующих интерактивных технологий:

Работа в малых группах – это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Все это часто бывает невозможно в большом коллективе.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2 ч.: учеб. пособие для вузов /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова.– 6 изд., М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»; ООО «Издательство «Мир и Образование». –2005. –Ч.1.–303с.
2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2 ч.: учеб. пособие для вузов /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова.–6 изд., М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»; ООО «Издательство «Мир и Образование». –2005. –Ч.2.–416с.
3. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник /А.А. Гусак. –Минск: ТетраСистемс, 2009. – Том 1. –544с. – 978-985-470-938-3. –[Электронный ресурс]Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28059.html>
4. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник /А.А. Гусак. –Минск: ТетраСистемс, 2009. – Том 2. –446 с. –978-985-470-939-0. –[Электронный ресурс]Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28060.html>

б) дополнительная учебная литература:

5. Бугров, Я. С. Высшая математика: учебник в 3 т. 1 т. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии/ Я.С. Бугров, С. М.Никольский. – М.: Дрофа. – 2003. –284 с.
6. Бугров, Я. С. Высшая математика: учебник в 3 т. 2 т. Дифференциальное и интегральное исчисление/ Я.С. Бугров, С. М.Никольский. – М.: Дрофа. – 2003. –509 с.
7. Бугров, Я. С. Высшая математика: учебник в 3 т. 3 т. Дифференциальные уравнения.

- Кратные интегралы. Ряды/ Я.С. Бугров, С. М.Никольский. – М.: Дрофа. – 2003. –506 с.
8. Пучков, Н.П. Применение математических знаний в профессиональной деятельности. Пособие для саморазвития бакалавра: учебное пособие / Н.П. Пучков [и др.]. – Тамбов: Тамбовский государственный технический университет. –2012. –Часть 1. – 97с. – 978-5-8265-1151-0. –[Электронный ресурс]Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63892.html>
 9. Пучков, Н.П. Применение математических знаний в профессиональной деятельности. Пособие для саморазвития бакалавра: учебное пособие / Н.П. Пучков [и др.]. – Тамбов: Тамбовский государственный технический университет. – 2013. –Часть 2. –65 с. –978-5-8265-1186-2. –[Электронный ресурс]Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63893.html>
 10. Черненко, В.Д. Высшая математика в примерах и задачах в 3 т.: учебное пособие /В.Д.Черненко. –СПб.:Политехника. –2011. –Т.1. –713с. –978-5-7325-0986-1. – [Электронный ресурс]Режим доступа: https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=129578&sr=1

в) перечень учебно-методического обеспечения:

11. Холодов Ю.В., Яксубаев К.Д., Аксютин И.В., Шуклина Ю.А. УМП по «Математике» (з. о. 1 курс). Астрахань. АИСИ.2015 г. – 254 с. <http://edu.aucu.ru>
12. Холодов Ю.В., Яксубаев К.Д., Аксютин И.В., Шуклина Ю.А. УМП по «Математике» (з. о. 2 курс). Астрахань. АИСИ.2015 г. – 182 с. <http://edu.aucu.ru>
13. Аксютин И.В. УМП по дисциплине «Математика» для студентов очной и заочной формы обучения направления/специальности 08.03.01 «Строительство». Астрахань. АИСИ.2015 г. – 47 с. <http://edu.aucu.ru>

8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения

1. Microsoft Imagine Premium Renewed Subscription;
2. Office Pro+ Dev SL A Each Academic;
3. ApacheOpenOffice;
4. 7-Zip;
5. AdobeAcrobatReader DC;
6. InternetExplorer;
7. GoogleChrome;
8. MozillaFirefox;
9. Dr.Web Desktop Security Suite;
10. MathcadEducation - UniversityEdition.

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

Электронная информационно-образовательная среда Университета, включающая в себя:

1. образовательный портал (<http://edu.aucu.ru>);

Системы интернет-тестирования:

2. Единый портал интернет-тестирования в сфере образования. Информационно-аналитическое сопровождение тестирования студентов по дисциплинам профессионального образования в рамках проекта «Интернет-тренажеры в сфере образования» (<http://i-exam.ru>).

Электронно-библиотечные системы:

3. «Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека» (<https://biblioclub.ru/>);
4. «Электронно-библиотечная система «IPRbooks» (<http://www.iprbookshop.ru/>)

Электронные базы данных:

5. Научная электронная библиотека (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1.	Аудитории для лекционных занятий: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, ауд. 204, главный учебный корпус	№204, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Стационарный мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
	414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, ауд. 405, учебный корпус №9	№405, учебный корпус № 9 Комплект учебной мебели Переносной мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
2.	Аудитории для лабораторных занятий: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, ауд. 207, 209, 211, 312, главный учебный корпус	№207, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№209, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 15 шт. Стационарный мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
		№211, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№312, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 15 шт. Доступ к сети Интернет
3.	Аудитории для практических занятий:	№101, учебный корпус № 9 Комплект учебной мебели
	414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, ауд. 101, учебный корпус №9	№201, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
	414056, г. Астрахань,	№207, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели

	ул. Татищева, 18б, литер Е, ауд. 201, 203, 207, 208, 209, учебный корпус №10	№208, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
4.	Аудитории для групповых и индивидуальных консультаций: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, ауд. 101, учебный корпус №9 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18б, литер Е, ауд. 201, 203, 207, 208, 209, учебный корпус №10	№101, учебный корпус № 9 Комплект учебной мебели
		№201, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№207, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№208, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
5.	Аудитории для текущего контроля и промежуточной аттестации: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18а, литер Б, ауд. 101, учебный корпус №9 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18б, литер Е, ауд. 201, 203, 207, 208, 209, учебный корпус №10	№101, учебный корпус № 9 Комплект учебной мебели
		№201, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№203, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№207, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№208, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
		№209, учебный корпус № 10 Комплект учебной мебели
6.	Аудитории для самостоятельной работы: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, ауд. 207, 209, 211, 312, главный учебный корпус	№207, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№209, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 15 шт. Стационарный мультимедийный комплект Доступ к сети Интернет
		№211, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 16 шт. Проекционный телевизор Доступ к сети Интернет
		№312, главный учебный корпус Комплект учебной мебели Компьютеры - 15 шт. Доступ к сети Интернет
7.	Аудитория для хранения и профилактического обслуживания учебного	№8, главный учебный корпус Комплект мебели, мультиметр, паяльная

	оборудования: 414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 18, литер А, ауд. 8, главный учебный корпус	станция, расходные материалы для профилактического обслуживания учебного оборудования, вычислительная и орг.техника на хранении
--	--	---

10. Особенности организации обучения по дисциплине «Математика» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья на основании письменного заявления дисциплина «Математика» реализуется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья (далее – индивидуальных особенностей).

**Лист внесения дополнений и изменений
в рабочую программу учебной дисциплины**

«Математика»
(наименование дисциплины)

на 2017- 2018 учебный год

Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры **«Системы автоматизированного проектирования и моделирования»**,

протокол № ____ от _____ 20__ г.

Зав. кафедрой

		/
ученая степень, ученое звание	подпись	И.О. Фамилия

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

Составители изменений и дополнений:

		/
ученая степень, ученое звание	подпись	И.О. Фамилия

		/
ученая степень, ученое звание	подпись	И.О. Фамилия

Министерство образования и науки Астраханской области
Государственное автономное образовательное учреждение
Астраханской области высшего образования
«Астраханский государственный архитектурно-строительный
университет»
(ГАОУ АО ВО «АГАСУ»)



ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Наименование дисциплины

Математика

(указывается наименование в соответствии с учебным планом)

По направлению подготовки

08.03.01 «СТРОИТЕЛЬСТВО»

(указывается наименование направления подготовки в соответствии с ФГОС)

По профилю подготовки

«Промышленное и гражданское строительство», «Теплогазоснабжение и вентиляция», «Водоснабжение и водоотведение», «Экспертиза и управление недвижимостью»

(указывается наименование профиля в соответствии с ООП)

Кафедра Системы автоматизированного проектирования и моделирования

Квалификация (степень) выпускника *бакалавр*

Астрахань – 2018

Разработчик:

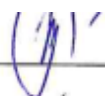
ДОЦЕНТ, К.П.Н.


(подпись)

Аксютина И.В.

(занимаемая должность,
учёная степень и учёное звание)

Оценочные и методические материалы разработаны для учебного плана 2018 г.



(подпись) Петрова И.Ю.

Заведующий кафедрой

Оценочные и методические материалы рассмотрены и утверждены на заседании кафедры
«Философия, социология и лингвистика» протокол № 9 от 26 04 2018 г.

Согласовано:


Председатель МКН «Строительство»

профиль «Промышленное и гражданское строительство» 
(подпись) Ф.И.О.


Председатель МКН «Строительство»

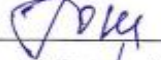
профиль «Теплогазоснабжение и вентиляция» 
(подпись) Ф.И.О.

Председатель МКН «Строительство»

профиль «Водоснабжение и водоотведение» 
(подпись) Ф.И.О.

Председатель МКН «Строительство»

профиль «Экспертиза и управление недвижимостью» 
(подпись) Ф.И.О.

Начальник УМУ  О.А. Шукаченко
(подпись)

Специалист УМУ  С.А. Сурикова
(подпись)

Начальник УИТ  К.А. Лефанова
(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ:

	Стр.
1. Оценочные и методические материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	4
1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программ	4
1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	5
1.2.1. Перечень оценочных средств текущей формы контроля	5
1.2.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	6
1.2.3. Шкала оценивания	9
2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	10
3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций	24
4. Приложения	26

	математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю.													работы №1,2,3(для о.о.); 2.Контрольные работы №1,2,3,4,5,6(для з.о.); 3.Тесты по всем разделам дисциплины.
ОПК – 2: Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат.	Знать:													
	основные понятия в области математики, основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1.Вопросы к зачету и экзамену по всем разделам дисциплины.
	Уметь:													
	выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико- математический аппарат для решения профессиональных проблем.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1.Тесты по всем разделам дисциплины; 2.Контрольные работы №1,2,3(для о.о.); 3.Контрольные работы №1,2,3,4,5,6(для з.о.).
	Владеть:													
навыками применения физико- математического аппарата для решения проблем	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1.Тесты по всем разделам дисциплины;	

профессиональной деятельности.													2.Контрольные работы №1,2,3(для о.о.); 3.Контрольные работы №1,2,3,4,5,6(для з.о.).
--------------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1.2.1. Перечень оценочных средств текущей формы контроля

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Фонд тестовых заданий

1.2.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций по дисциплине на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенция, этапы освоения	Планируемые результаты обучения	Показатели и критерии оценивания результатов обучения			
		Ниже порогового уровня (не зачтено)	Пороговый уровень (Зачтено)	Продвинутый уровень (Зачтено)	Высокий уровень (Зачтено)

компетенции					
1	2	3	4	5	6
<p>ОПК - 1 -</p> <p>Способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментал</p>	<p>Знает (ОПК-1) - основные законы математики.</p>	<p>Обучающийся не знает и не понимает основные законы математики.</p>	<p>Обучающийся знает основные законы математики в типовых ситуациях.</p>	<p>Обучающийся знает и понимает основные законы математики в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.</p>	<p>Обучающийся знает и понимает основные законы математики в ситуациях повышенной сложности, а также в нестандартных и непредвиденных ситуациях, создавая при этом новые правила и алгоритмы действий.</p>
	<p>Умеет (ОПК-1) - применять методы математического аппарата, в том числе, математического анализа при решении профессиональных задач.</p>	<p>Обучающийся не умеет применять методы математического аппарата, в том числе, математического анализа при решении профессиональных задач.</p>	<p>Обучающийся умеет применять методы математического аппарата, в том числе, математического анализа при решении профессиональных задач в типовых ситуациях.</p>	<p>Обучающийся умеет применять методы математического аппарата, в том числе, математического анализа при решении профессиональных задач в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.</p>	<p>Обучающийся умеет применять методы математического аппарата, в том числе, математического анализа при решении профессиональных задач в ситуациях повышенной сложности, а также в нестандартных и непредвиденных ситуациях, создавая при этом новые правила и алгоритмы действий.</p>

ьного исследования.					
	Владеет (ОПК-1) - первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю.	Обучающийся не владеет первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю.	Обучающийся владеет первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю в типовых ситуациях.	Обучающийся владеет первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.	Обучающийся владеет первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин по профилю в ситуациях повышенной сложности, а также в нестандартных и непредвиденных ситуациях, создавая при этом новые правила и алгоритмы действий.
ОПК -2 – Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующ	Знает (ОПК-2) - основные понятия в области математики, основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Обучающийся не знает и не понимает основные понятия в области математики, основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Обучающийся знает основные понятия в области математики, основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности в типовых ситуациях.	Обучающийся знает и понимает основные понятия в области математики, основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.	Обучающийся знает и понимает основные понятия в области математики, основы применения физико-математического аппарата для решения проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности в ситуациях повышенной сложности, а также в нестандартных и непредвиденных ситуациях, создавая при

ий физико-математический аппарат.					этом новые правила и алгоритмы действий.
	Умеет (ОПК-2) - выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико-математический аппарат для решения профессиональных проблем.	Обучающийся не умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико-математический аппарат для решения профессиональных проблем.	Обучающийся умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико-математический аппарат для решения профессиональных проблем в типовых ситуациях.	Обучающийся умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико-математический аппарат для решения профессиональных проблем в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.	Обучающийся умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; привлекать физико-математический аппарат для решения профессиональных проблем в ситуациях повышенной сложности, а также в нестандартных и непредвиденных ситуациях, создавая при этом новые правила и алгоритмы действий.
	Владеет (ОПК-2) - навыками применения физико-математического аппарата для решения проблем профессиональной деятельности.	Обучающийся не владеет навыками применения физико-математического аппарата для решения проблем профессиональной деятельности.	Обучающийся владеет навыками применения физико-математического аппарата для решения проблем профессиональной деятельности в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.	Обучающийся владеет навыками применения физико-математического аппарата для решения проблем профессиональной деятельности в типовых ситуациях и ситуациях повышенной сложности.	Обучающийся владеет навыками применения физико-математического аппарата для решения проблем профессиональной деятельности в ситуациях повышенной сложности, а также в

			ситуациях.	повышенной сложности.	нестандартных и непредвиденных ситуациях, создавая при этом новые правила и алгоритмы действий.
--	--	--	------------	-----------------------	---

1.2.3. Шкала оценивания

Уровень достижений	Отметка в 5-бальной шкале	Зачтено/ не зачтено
высокий	«5»(отлично)	зачтено
продвинутый	«4»(хорошо)	зачтено
пороговый	«3»(удовлетворительно)	зачтено
ниже порогового	«2»(неудовлетворительно)	не зачтено

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы (очная форма обучения)

Раздел 1 «Линейная и векторная алгебра»

Раздел 2 «Аналитическая геометрия»

Раздел 3 «Комплексный анализ»

Раздел 4 «Введение в анализ»

Раздел 5 «Дифференциальное исчисление»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Экзамен

а) типовые вопросы к экзамену (Приложение 1)

в) критерии оценивания

При оценке знаний на экзамене учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между

		явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной речи.
4	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

- а) типовые задания для контрольной работы №1 (Приложение2)
- б) критерии оценивания

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Отлично	Студент выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета
2.	Хорошо	Студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов
3.	Удовлетворительно	Студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает материал, допускает искажение фактов
4.	Неудовлетворительно	Студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы

2.3. Тест

а) *типовой комплект заданий для тестов (Приложение3)*

б) *критерии оценивания*

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3
1.	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2.	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3.	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4.	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5.	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6.	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

Раздел 6 «Интегральное исчисление»

Раздел 7 «Кратные интегралы»

Раздел 8 «Криволинейные интегралы»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Зачет

- а) типовые вопросы к зачету (Приложение 4);*
- б) критерии оценивания*

При оценке знаний на зачете учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной

		речи.
4	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.
5	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

а) типовые задания для контрольной работы №2 (Приложение 5);

б) критерии оценки:

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Отлично	Студент выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета
2.	Хорошо	Студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов
3.	Удовлетворительно	Студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает материал, допускает искажение фактов
4.	Неудовлетворительно	Студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы

2.3. Тест

а) *типовой комплект заданий для тестов (Приложениеб)*

б) *критерии оценивания*

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3
1.	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2.	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3.	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4.	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5.	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6.	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

Раздел 9 «Дифференциальные уравнения»

Раздел 10 «Ряды»

Раздел 11 «Теория вероятностей. Элементы математической статистики»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Экзамен

а) типовые вопросы к экзамену (Приложение 7)

б) критерии оценивания

При оценке знаний на экзамене учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2.	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3.	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной

		речи.
4.	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

а) типовые задания для контрольной работы №3 (Приложение8)

б) критерии оценивания

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Отлично	Студент выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета
2.	Хорошо	Студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов
3.	Удовлетворительно	Студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает материал, допускает искажение фактов
4.	Неудовлетворительно	Студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы

2.3. Тест

а) типовой комплект заданий для тестов (Приложение9)

б) критерии оценивания

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.

2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3
1.	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2.	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3.	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4.	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5.	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6.	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

2.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы (заочная форма обучения)

Раздел 1 «Линейная и векторная алгебра»

Раздел 2 «Аналитическая геометрия»

Раздел 3 «Комплексный анализ»

Раздел 4 «Введение в анализ»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Зачет

а) типовые вопросы к зачету (Приложение 10);

б) критерии оценивания

При оценке знаний на зачете учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной

		речи.
4	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.
5	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

- а) типовые задания для контрольной работы №1 (Приложение11)
 б) критерии оценивания

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Зачтено	Выполнено правильно не менее 50% заданий, работа выполнена по стандартной или самостоятельно разработанной методике, в освещении вопросов не содержится грубых ошибок, по ходу решения сделаны аргументированные выводы, самостоятельно выполнена графическая часть работы
2.	Не зачтено	Студент не справился с заданием (выполнено правильно менее 50% задания варианта), не раскрыто основное содержание вопросов, имеются грубые ошибки в освещении вопроса, в решении задач, в выполнении графической части задания и т.д., а также выполнена не самостоятельно.

2.3. Тест

- а) типовой комплект заданий для тестов (Приложение12)
 б) критерии оценивания

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3
1.	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2.	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3.	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4.	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5.	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6.	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

Раздел 5 «Дифференциальное исчисление»

Раздел 6 «Интегральное исчисление»

Раздел 7 «Кратные интегралы»

Раздел 8 «Криволинейные интегралы»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Экзамен

- а) типовые вопросы к экзамену (Приложение 13);
- б) критерии оценивания

При оценке знаний на экзамене учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2.	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3.	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной речи.
4.	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм

		литературной речи.
--	--	--------------------

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

а) типовые задания для контрольной работы №2(№3) (Приложение 14);

б) критерии оценки:

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Зачтено	Выполнено правильно не менее 50% заданий, работа выполнена по стандартной или самостоятельно разработанной методике, в освещении вопросов не содержится грубых ошибок, по ходу решения сделаны аргументированные выводы, самостоятельно выполнена графическая часть работы
2.	Не зачтено	Студент не справился с заданием (выполнено правильно менее 50% задания варианта), не раскрыто основное содержание вопросов, имеются грубые ошибки в освещении вопроса, в решении задач, в выполнении графической части задания и т.д., а также выполнена не самостоятельно.

2.3. Тест

а) типовой комплект заданий для тестов (Приложение 15)

б) критерии оценивания

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3

1.	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2.	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3.	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4.	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5.	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6.	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

Раздел 9 «Дифференциальные уравнения»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Зачет

- а) типовые вопросы к зачету (Приложение 16)
- б) критерии оценивания

При оценке знаний на зачете учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.

6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются нормы литературной речи.
2	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной речи.
4	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.
5	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

- а) типовые задания для контрольной работы №4 (Приложение 17)
- б) критерии оценивания

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Зачтено	Выполнено правильно не менее 50% заданий, работа выполнена по стандартной или самостоятельно разработанной методике, в освещении вопросов не содержится грубых ошибок, по ходу решения сделаны аргументированные выводы, самостоятельно выполнена графическая часть работы
2.	Не зачтено	Студент не справился с заданием (выполнено правильно менее 50% задания варианта), не раскрыто основное содержание вопросов, имеются грубые ошибки в освещении вопроса, в решении задач, в выполнении графической части задания и т.д., а также выполнена не самостоятельно.

2.3. Тест

- а) *типовой комплект заданий для тестов (Приложение 18)*
- б) *критерии оценивания*

При оценке знаний оценивания тестов учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1	2	3
1.	Отлично	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 90% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал правильный и полный ответ.
2.	Хорошо	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 75% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал

		правильный ответ, но допустил незначительные ошибки и не показал необходимой полноты.
3.	Удовлетворительно	если выполнены следующие условия: - даны правильные ответы не менее чем на 50% вопросов теста, исключая вопросы, на которые студент должен дать свободный ответ; - на все вопросы, предполагающие свободный ответ, студент дал непротиворечивый ответ, или при ответе допустил значительные неточности и не показал полноты.
4.	Неудовлетворительно	если студентом не выполнены условия, предполагающие оценку «Удовлетворительно».
5.	Зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровнях «отлично», «хорошо», «удовлетворительно».
6.	Не зачтено	Выставляется при соответствии параметрам экзаменационной шкалы на уровне «неудовлетворительно».

Раздел 10 «Ряды»

Раздел 11 «Теория вероятностей. Элементы математической статистики»

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

2.1. Экзамен

а) типовые вопросы к экзамену (Приложение 19)

б) критерии оценивания

При оценке знаний на экзамене учитывается:

1. Уровень сформированности компетенций.
2. Уровень усвоения теоретических положений дисциплины, правильность формулировки основных понятий и закономерностей.
3. Уровень знания фактического материала в объеме программы.
4. Логика, структура и грамотность изложения вопроса.
5. Умение связать теорию с практикой.
6. Умение делать обобщения, выводы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Отлично	Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. Полно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Делаются обоснованные выводы. Демонстрируются глубокие знания базовых нормативно-правовых актов. Соблюдаются

		нормы литературной речи.
2.	Хорошо	Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Базовые нормативно-правовые акты используются, но в недостаточном объеме. Материал излагается уверенно. Раскрыты причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер. Соблюдаются нормы литературной речи.
3.	Удовлетворительно	Допускаются нарушения в последовательности изложения. Имеются упоминания об отдельных базовых нормативно-правовых актах. Неполно раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Демонстрируются поверхностные знания вопроса, с трудом решаются конкретные задачи. Имеются затруднения с выводами. Допускаются нарушения норм литературной речи.
4.	Неудовлетворительно	Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Не раскрываются причинно-следственные связи между явлениями и событиями. Не проводится анализ. Выводы отсутствуют. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

2.2. Контрольная работа

- а) типовые задания для контрольной работы №5(№6) (Приложение20)
- б) критерии оценивания

Выполняется в письменной форме. При оценке работы студента учитывается:

1. Правильное решение задач.
2. Самостоятельность суждений, творческий подход, научное обоснование раскрываемой проблемы.
3. Наличие в конце работы полного списка литературы.

№ п/п	Оценка	Критерии оценки
1.	Зачтено	Выполнено правильно не менее 50% заданий, работа выполнена по стандартной или самостоятельно разработанной методике, в освещении вопросов не содержится грубых ошибок, по ходу решения сделаны аргументированные выводы, самостоятельно выполнена графическая часть работы
2.	Не зачтено	Студент не справился с заданием (выполнено правильно менее 50% задания варианта), не раскрыто основное содержание вопросов, имеются грубые ошибки в освещении вопроса, в решении задач, в выполнении графической части задания и т.д., а также выполнена не

		самостоятельно.
--	--	-----------------

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Поскольку учебная дисциплина призвана формировать несколько дескрипторов компетенций, процедура оценивания реализуется поэтапно:

1-й этап: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными матрицей компетенций ООП (приложение к ООП). Экспертной оценке преподавателя подлежат уровни сформированности отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля или промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств результатам обучения по дисциплине.

2-этап: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Характеристика процедур текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Виды вставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений обучающихся
1.	Экзамен (зачет)	Раз в семестр (согласно учебному плану), по окончании изучения дисциплины	По пятибалльной шкале (зачтено/незачтено)	Ведомость, зачетная книжка, портфолио
2.	Контрольная работа	Систематически на занятиях (для очной формы обучения); По мере выполнения (для заочной формы обучения)	По пятибалльной шкале (для очной формы обучения); зачтено/незачтено (для заочной формы обучения)	Журнал успеваемости преподавателя (для очной формы обучения); Тетрадь для выполнения контрольных работ (для заочной формы обучения)

	Тест	Систематически на занятиях	По пятибалльной шкале (зачтено/незачтено)	Журнал успеваемости преподавателя
--	------	-------------------------------	---	--------------------------------------

Удовлетворительная оценка по дисциплине, может выставляться и при неполной сформированности компетенций в ходе освоения отдельной учебной дисциплины, если их формирование предполагается продолжить на более поздних этапах обучения, в ходе изучения других учебных дисциплин.

Типовые вопросы к экзамену

ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)

1. Матрицы. Свойства матриц.
2. Определители II, III и высших порядков. Свойства определителей.
3. Обратная матрица.
4. Правило Крамера.
5. Линейная зависимость и независимость векторов.
6. Ранг матрицы.
7. Системы линейных уравнений. Критерии совместности и несовместности, определенности и неопределенности.
8. Векторное n -мерное пространство векторов.
9. Переход к новой системе координат.
10. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение.
11. Матрица линейного преобразования в новом базисе. Диагонализация матриц.
12. Скалярное произведение векторов. Проекция вектора на ось. Работа силы.
13. Векторное произведение векторов. Момент силы.
14. Смешанное произведение векторов.
15. Декартовы прямоугольные координаты.
16. Деление отрезка в данном отношении.
17. Прямая линия. Угловой коэффициент прямой.
18. Прямая, заданная двумя точками.
19. Нормальное уравнение. Расстояние точки от прямой.
20. Пересечение двух прямых.
21. Окружность.
22. Эллипс.
23. Гипербола.
24. Парабола.
25. Преобразование уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
26. Полярная система координат.
27. Плоскость. Ее уравнение.
28. Прямая линия.
29. Сфера.
30. Цилиндрические поверхности.
31. Поверхности вращения.
32. Поверхности второго порядка.
33. Комплексные числа и действия над ними в алгебраической форме.
34. Сопряженные числа. Геометрическая интерпретация.
35. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
36. Формула Эйлера. Извлечение корней n -ой степени.
37. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
38. Предел функции. Замечательные пределы.
39. Бесконечно малые, бесконечно большие величины, их свойства.
40. Эквивалентные функции.
41. Непрерывность функции в точке, на интервале и на отрезке.
42. Разрывы функции и их виды.
43. Производная, ее свойства.
44. Геометрический и физический смысл производной.
45. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.
46. Производные сложной, обратной, параметрической функций.

47. Логарифмическое дифференцирование.
48. Производная показательно-степенной функции.
49. Дифференциал функции.
50. Производные высших порядков элементарных, сложных, параметрических и неявных функций. Дифференциалы высших порядков.
51. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Тейлора.
52. Монотонность функций. Экстремумы.
53. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
54. Правило Лопитала.
55. Исследование функций с помощью производной.
56. Векторная функция скалярного аргумента.
57. Кривизна плоской кривой. Эволюта.
58. Кривизна пространственной кривой.

Типовые задания для контрольной работы №1
ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3z = 16 \\ 5y - z = 10 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами: 1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы $a(16,4,6)$, $b(8,12,20)$, $c(6,-4,2)$, и $d(14,8,22)$. в некотором базисе. Показать, что векторы a , b , c образуют базис, и найти координаты вектора d в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(2,2,2)$, $A_2(4,3,3)$, $A_3(4,5,4)$, $A_4(5,5,6)$.

Найти: 1) длину ребра A_1A_2 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2

7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Задание 4.

Даны уравнения двух медиан треугольника $x - 2y + 1 = 0$ и $y - 1 = 0$ и одна из его вершин $A(1; 3)$. Составить уравнения его сторон. Сделать чертеж.

Задание 5.

Написать уравнение геометрического места точек, равноудаленных от точки $F(2;2)$ и от оси Ox . Построить линию.

Задание 6.

Линия задана уравнением в полярной системе координат $r = \frac{10}{1 - 1,5 \cos \varphi}$

Требуется: 1) построить линию по точкам, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$ и придавая φ значения

через промежуток $\frac{\pi}{8}$; 2) найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с

полярной осью; 3) по уравнению в декартовой прямоугольной системе координат определить, какая это линия.

Задание 7.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 - 6x_3, \\ x_2' = 3x_1 + 7x_3, \\ x_3' = x_1 + x_2 - x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 7x_1' + 4x_3', \\ x_2'' = 4x_2' + 9x_3', \\ x_3'' = 3x_1' + x_2'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3 .

Задание 8.

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Задание 9.

Найти пределы функции, не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + 1x^2 + 5}{(x-3)^2(x+2)^2};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{x^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x-5\sqrt{x+6}};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{x+1};$

Задание 10.

Дано комплексное число $z = -10\sqrt{2} / (5+i5)$. Требуется 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

Задание 11.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y = x\sqrt{(1+x^2)/(1-x)}$;

б) $y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}$;

в) $y = \arcsin \sqrt{1-3x}$;

г) $y = x^{\ln x}$;

д) $y \sin x = \cos(x-y)$

Задание 12.

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций: а) $y = f(x)$; б) $x = \varphi(t)$, $y = \varphi(t)$.

а) $y = x^3 \ln x$; б) $x = t - \sin t$; $y = 1 - \cos t$.

Задание 13.

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в формуле Лагранжа к функции $f(x) = e^x$, вычислить значение e^a при $a = 0,75$, с точностью до 0,001.

Задание 14.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \cos x \quad \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Задание 15.

Прямоугольник вписан в эллипс с осями $2a$ и $2b$. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Задание 16.

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и используя результаты исследования, построить график.

а) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$; б) $y = e^{2x-x^2}$.

Задание 17.

Найти уравнения касательной, уравнение нормальной плоскости линии $r = r(t)$ в точке t_0 .

$$r(t) = 2 \sin^2 t i + 2 \cos^2 t j + \sin 2t k; \quad t_0 = \frac{\pi}{4}.$$

Задание 18.

Дана функция $z = f(x; y)$. Показать, что:

$$F \left(x; y; z; \frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 0.$$

$$z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1); \quad F = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Задание 19.

Дана функция $Z = F(x; y)$ и две точки $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется: 1) вычислить значение z_1 в точке B ; 2) вычислить приближенное значение \bar{z}_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A и заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, получающуюся при замене приращения функции ее дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $Z = F(x; y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$.

$$z = x^2 + 3xy + 6y; \quad A(4; 1); \quad B(3,96; 1,03).$$

Задание 20.

Дана функция $z = f(x; y)$, точка $A(x_0; y_0)$ и вектор $\bar{a}(a_1; a_2)$. Найти: 1) $\text{grad } z$ в точке A ; 2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = \ln(5x^2 + 3y^2); \quad A(1; 1); \quad a(3; 2).$$

Вариант 2

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ x + 5y - 4z + 5 = 0 \\ 4x + y - 3z + 4 = 0 \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами: 1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы $a(2,14,6)$, $b(6,8,4)$, $c(8,16,10)$, и $d(14,64,28)$. в некотором базисе. Показать, что векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} образуют базис, и найти координаты вектора \mathbf{d} в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(2,-1,1)$, $A_2(5,5,4)$, $A_3(3,2,-1)$, $A_4(4,1,3)$.

Найти: 1) длину ребра A_1A_2 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2

7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

Задание 4.

Даны стороны треугольника: $x - y = 0$ (AB), $x + y - 2 = 0$ (AC). Составить уравнения медианы, проходящей через вершину B и высоты, проходящей через вершину A. Сделать чертеж.

Задание 5.

Написать уравнение геометрического места точек, разность расстояний каждой из которых от точек $F_1(-2;-2)$ и $F_2(2;2)$ равна 4. Построить линию.

Задание 6.

Линия задана уравнением в полярной системе координат $r = \frac{12}{2 - \cos \varphi}$

Требуется: 1) построить линию по точкам, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$ и придавая φ значения через промежуток $\frac{\pi}{8}$; 2) найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по уравнению в декартовой прямоугольной системе координат определить, какая это линия.

Задание 7.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = -3x_1 + 6x_3, \\ x_2' = 2x_1 + 7x_3, \\ x_3' = -x_2 + 3x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 2x_2', \\ x_2'' = -2x_1' + 3x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = 4x_1' - x_2' + 5x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x''_1, x''_2, x''_3 через x_1, x_2, x_3 .

Задание 8.

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей A.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Задание 9.

Найти пределы функции, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^3 + 2x^2 - 1}{(x-3)^2(x+2)^2};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 3x}{3 \operatorname{tg}^4 3x};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{\cos x - \cos^3 x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}};$$

Задание 10.

Дано комплексное число $z = 3 / (3\sqrt{3} + i3)$. Требуется 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3+z=0$.

Задание 11.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

$$\text{а)} y = (3 + 6x) / \sqrt{3 - 4x + 5x^2};$$

$$\text{б)} y = \sin x - x \cos x;$$

$$\text{в)} y = x^m \ln x;$$

$$\text{г)} y = x^{-\operatorname{tg} x};$$

$$\text{д)} \left(\frac{y}{x} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{y} \right).$$

Задание 12.

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций: а) $y = f(x)$; б) $x = \varphi(t)$, $y = \varphi(t)$.

$$\text{а)} y = x \operatorname{arctg} x; \quad \text{б)} x = e^{2t}; \quad y = \cos t.$$

Задание 13.

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в формуле Лагранжа к функции $f(x) = e^x$, вычислить значение e^a при $a = 0,63$, с точностью до 0,001.

Задание 14.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

$$f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 2 \quad [-3; 1].$$

Задание 15.

Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.

Задание 16.

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и используя результаты исследования, построить график.

$$\text{а) } y = x^2/(x-1); \text{ б) } y = x^2 - 2 \ln x.$$

Задание 17.

Найти уравнения касательной, уравнение нормальной плоскости линии $r = r(t)$ в точке t_0 .

$$r(t) = e^{-t}i + e^t j + tk; \quad t_0 = 0.$$

Задание 18.

Дана функция $z = f(x, y)$. Показать, что:

$$F \left(x; y; z; \frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 0.$$

$$z = e^{xy}; \quad F = x^2 * \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy * \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz.$$

Задание 19.

Дана функция $Z = F(x, y)$ и две точки A (x_0, y_0) и B (x_1, y_1) . Требуется: 1) вычислить значение z_1 в точке B; 2) вычислить приближенное значение \bar{z}_1 функции в точке B, исходя из значения z_0 функции в точке A и заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, получающуюся при замене приращения функции ее дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $Z = F(x, y)$ в точке C (x_0, y_0, z_0) .

$$z = x^2 - y^2 + 6x + 3y; \quad A(2; 3); \quad B(2,02; 2,97).$$

Задание 20.

Дана функция $z = f(x, y)$, точка A (x_0, y_0) и вектор $\bar{a} = (a_1, a_2)$. Найти: 1) grad z в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} .

$$z = \ln(5x^2 + 4y^2); \quad A(1; 1); \quad a(2; -1).$$

Типовой комплект заданий для тестов

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

1. Матрица – это

Ответы:

1.прямоугольная таблица чисел, заключенная в вертикальные скобки – $|a_{ij}|$, содержащая m строк и n столбцов;

2. прямоугольная таблица чисел, заключенная в скобки вида $\| a_{ij} \|$,либо $[a_{ij}]$, содержащая некоторое число m строки и n столбцов;

3. прямоугольная таблица чисел, содержащая n строк и n столбцов, заключенных в вертикальные скобки $|a_{ij}|$ и равная некоторому числу после вычисления.

2. Матрица размера $1 \times m$ называется **матрицей - столбцом**

3. Матрица размера $n \times 1$ называется **матрицей - строкой**

4. Если в матрице число строк и число столбцов совпадает, она называется ... **квадратной**

5. Матрица А имеет размер 5×3 , матрица В имеет размер 2×5 . Какой размер имеет матрица $C = B \times A$?

Ответ: 1) 5×3 ; 2) 2×5 ; 3) 5×5 ; **4) 2×3** ; 5) 3×2 .

6. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответы: 1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, **3) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$** , 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ найти элемент $c_{2,3}$ матрицы $C = A + B$.

Ответ: **1) 2**; 2) 4; 3) 6; 4) 5; 5) 1.

8. Найти E^n , где E – единичная матрица любого порядка.

Ответ: **1) E** ; 2) 1; 3) $n-1$; 4) 0; 5) $n \cdot E$.

9. Определитель- это

Ответы:

1. прямоугольная таблица чисел, заключенная в вертикальные скобки – $|a_{ij}|$, содержащая m строк и n столбцов;

2. прямоугольная таблица чисел, заключенная в скобки вида $\|a_{ij}\|$, либо $[a_{ij}]$, либо (a_{ij}) содержащая некоторое число m строк и n столбцов;

3. прямоугольная таблица чисел, содержащая n строк и n столбцов, заключенных в вертикальные скобки $|a_{ij}|$ и равная некоторому числу после вычисления.

10. Определитель $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ вычисляется:

1. $a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$;

2. $a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$;

3. $a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}$;

4. $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$.

11. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} a+b & b \\ c+d & d \end{vmatrix}$.

Ответы: 1) $ac-db$, 2) $ab-cd$, **3) $ad-bc$** , 4) $ac+db$.

12. Определитель матрицы A равен 7. Какому значению равен определитель транспонированной матрицы A^T ?

Ответ: **1) 7**; 2) $1/7$; 3) 7^2 ; 4) $7^{1/2}$; 5) 1.

13. Определитель обратной матрицы A^{-1} равен 3. Какому значению равен определитель матрицы A ?

Ответ: 1) 9; 2) $1/9$; 3) 3; **4) $1/3$** ; 5) 1.

14. Минором M_{ji} любого элемента a_{ji} матрицы n -го порядка называется:

Ответы:

1. матрица (n-1)-го порядка, получаемая из элементов исходной матрицы путем вычеркивания строки и столбца, на пересечении которых находится элемент a_{ji} ;

2. определитель (n-1)-го порядка получаемый из элементов исходной матрицы путем вычеркивания строки и столбца на пересечении которых находится элемент a_{ji} ;

3. определитель исходной матрицы, умноженный на элемент a_{ji} .

15. В определителе $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ найдите значение минора $M_{2,1}$.

Ответ: 1) 2; 2) 3; **3) 1;** 4) -1; 5) 5.

16. При замене всех строк определителя соответствующими по номеру столбцами, определитель

Ответы:

1. меняет знак;
2. принимает новое числовое значение;
- 3. не изменяет своего числового значения.**

17. Если элементы двух столбцов (строк) определителя пропорциональны, либо равны друг другу, то определитель равен

Ответы:

1. удвоенному значению определителя, получаемому при вычеркивании соответствующих столбцов (строк);

2. нулю;

3. сумме произведений элементов этих столбцов (строк) на их алгебраические дополнения.

18. Матрица называется квадратной, если

Ответы:

1. все элементы строк (столбцов) не равны нулю;
2. число строк не равно числу столбцов;
- 3. число строк равно числу столбцов.**

19. При умножении матрицы на число

Ответы:

1. **все элементы матрицы умножаются на это число;**
2. элементы одного из любых столбцов (строк) умножаются на это число.

20. При умножении двух матриц должно соблюдаться условие:

Ответы:

1. число строк первой матрицы равно числу столбцов второй матрицы;
2. число столбцов первой матрицы равно числу столбцов второй матрицы;
3. **число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы.**

21. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице A , если она удовлетворяет условию

Ответы:

1. $AA^{-1}=I$;
2. **$AA^{-1}=E$, где E – единичная матрица;**
3. $A^{-1}A=A$;

22. Вычислить обратную матрицу к матрице A и указать сумму всех элементов обратной матрицы, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

Ответы: 1) 2, **2) 4**, 3) 6, 4) 1.

23. Решение матричного уравнения $AX=B$ имеет вид:

Ответы:

1. **$X=A^{-1}B$;**
2. $X=BA^{-1}$;
3. $X=A^{-1}B^{-1}$.

24. Рангом матрицы называется

Ответы:

1. произведение числа строк m на число столбцов n ;
2. **число, равное наибольшему из порядков миноров данной матрицы.**

25. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответы: **1) 2**, 2) 4, 3) 3, 4) 6.

26. Решить систему $\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ 3x + 5y = 29 \end{cases}$ методом Крамера, и в ответе указать сумму.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 6, **4) 1.**

27. Вектором называется

Ответы:

1. направленный отрезок любой кривой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – начало вектора, вторая – конец вектора;
2. **направленный отрезок прямой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – начало вектора, вторая – конец вектора.**

28. Векторы называются коллинеарными, если они лежат

Ответы:

1. только на одной прямой;
 2. только на параллельных прямых;
 3. **либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.**
29. Векторы называются компланарными, если они лежат

Ответы:

1. только в одной плоскости;
2. только в параллельных плоскостях;
3. **либо в одной плоскости, либо в параллельных плоскостях.**

30. Суммой векторов a и b , $(a + b)$ называется вектор, идущий

Ответы:

1. из конца вектора b в начало вектора a ;
2. **из начала вектора a в конец вектора b .**

31. Вычислить собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ и в ответе указать их сумму.

Ответы: 1) 2, **2) 6**, 3) 4, 4) 1.

32. Найти собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и скалярно их перемножить.

Ответы: 1) 6, 2) 4, 3) 6, **4) 0.**

33. Скалярным произведением векторов a и b называется

Ответы:

1. число, обозначаемое $(\overline{a, b})$ либо \overline{ab} , равное $|\overline{a||b|} \sin(\overline{ab})$;
2. вектор ортогональный к векторам \overline{a} и \overline{b} , длиной $|\overline{a||b|} \cos(\overline{ab})$;
3. число $|\overline{a||b|} \cos(\overline{ab})$, обозначаемое $(\overline{a, b})$ либо \overline{ab} .

34. Если a ортогонален b , то \overline{ab} равно

Ответы:

1. нулю;
2. $|\overline{a||b|}$.

35. Вычислить скалярное произведение векторов: $\vec{a} = (2 \ 2 \ 1)$, $\vec{b} = (2 \ 3 \ 1)$.

Ответы: 1) 11, 2) 4, 3) 6, 4) 6.

36. Вычислить косинус угла между векторами $\vec{a} = (2 \ 2 \ 1)$, $\vec{b} = (0 \ 2 \ 1)$.

Ответы: 1) $\frac{3}{\sqrt{30}}$, 2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$, 3) $\frac{3}{\sqrt{5}}$, 4) $\frac{3}{\sqrt{26}}$.

37. Если $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$, то \overline{ab} равно

Ответы:

1) $a_x b_x \vec{i} + a_y b_y \vec{j} + a_z b_z \vec{k}$,

2) $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

38. Расстояние между точками $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ определяется по формуле

Ответы:

1) $|\overline{M_1 M_2}| = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$,

2) $|\overline{M_1 M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$,

3) $|\overline{M_1 M_2}| = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$.

39. Векторное произведение двух векторов \vec{a} и \vec{b} есть

Ответы:

1) вектор, обозначаемый $[\vec{a}\vec{b}]$, компланарный с векторами \vec{a} и \vec{b} и длина его равна $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \vec{a}\vec{b}$;

2) вектор, обозначаемый $[\vec{a}\vec{b}]$, ортогональный к векторам \vec{a} и \vec{b} , длина его равна $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$;

3) вектор, обозначаемый $[\vec{a}\vec{b}]$, ортогональный к векторам \vec{a} и \vec{b} , длина его равна

$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \vec{a}\vec{b}$;

4) скаляр, длина которого равна $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \vec{a}\vec{b}$ и обозначаемый $\vec{a}\vec{b}$ либо (\vec{a}, \vec{b})

40. Для векторного произведения $[\vec{a}\vec{b}]$ справедливы свойства:

Ответы:

1) $[\vec{a}\vec{b}] = [\vec{b}\vec{a}]$, $[\vec{a}\vec{a}] = 0$

2) $[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}]$, $[\vec{a}\vec{a}] = 0$

3) $[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}]$, $[\vec{a}\vec{a}] = |\vec{a}|^2$

41. Если $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$, то векторное произведение $[\vec{a}\vec{b}]$ равно

Ответы:

1) $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$;

2) $a_x b_x \vec{i} + a_y b_y \vec{j} + a_z b_z \vec{k}$;

3) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$.

42. Вычислить векторное произведение векторов и в ответе указать сумму координат:
 $\vec{a} = (0 \ 2 \ 1), \vec{b} = (2 \ 0 \ 1)$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 6, **4) 0**.

43. Вычислить векторное произведение векторов и в ответе указать сумму координат:
 $\vec{a} = (1 \ 2 \ 1), \vec{b} = (1 \ 0 \ 3)$.

Ответы: **1) 2**, 2) 4, 3) 6, 4) 0.

44. Вычислить объем пирамиды образованной тремя векторами: $\vec{a} = (2 \ 0 \ 1), \vec{b} = (1 \ 1 \ 0), \vec{c} = (0 \ 2 \ 2)$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 5, **4) 1**.

45. При каком значении параметра m векторы \vec{c}_1 и \vec{c}_2 перпендикулярны?

$$\vec{a} = \{1, -2, 3\}, \vec{b} = \{3, 0, -1\}, \vec{c}_1 = 2\vec{a} + m\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a};$$

Ответ: 1) 11/15; 2) 4/5; **3) 14/15**; 4) 24/25; 5) 2/5.

46. Угол φ между векторами $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ и $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$ определяется из формулы:

Ответы:

$$\mathbf{1) \cos\varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}; \mathbf{i}$$

$$2) \cos\varphi = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 ;$$

$$3) \sin\varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}};$$

47. Смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ есть

Ответы:

1) вектор, получаемый при умножении \vec{a} на \vec{b} векторно, и получившийся результат умножают скалярно на \vec{c} ;

2) скаляр, получаемый при умножении \vec{a} на \vec{b} векторно, и получившийся вектор умножают скалярно на \vec{c} ;

3) скаляр, получаемый при умножении \vec{a} на \vec{b} векторно, и получившийся вектор умножают векторно на \vec{c} .

48. Найти длину вектора $\vec{a} = 20\vec{i} + 30\vec{j} - 60\vec{k}$.

Ответ: 1) 60; **2) 70;** 3) 80; 4) 90; 5) 110.

49. Общее уравнение прямой L на плоскости имеет вид

Ответ:

1) $Ax + By + C = 0$, где $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ ортогонален прямой L;

2) $Ax + By + C = 0$, где $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ направляющий вектор прямой L;

3) $y = Ax + B$, где $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ направляющий вектор прямой L.

50. Уравнения прямых $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m}$ (1) $\begin{cases} x = x_1 + l \cdot t \\ y = y_1 + m \cdot t \end{cases}$ (2)

$$y = kx + b \quad (3)$$

Называются следственно:

Ответ:

1) (1) – Параметрическим, (2) – каноническим, (3) – с угловым коэффициентом;

2) (1) – каноническим, (2) – параметрическим, (3) – с угловым коэффициентом;

3) (1) – с угловым коэффициентом, (2) – каноническим, (3) – параметрическим.

51. Уравнения $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ (1)

$$\begin{cases} x = x_0 + l \cdot t \\ y = y_0 + m \cdot t \\ z = z_0 + n \cdot t \end{cases} \quad (2)$$

И вектор $\vec{S} = l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$ (3)

Называются соответственно:

Ответ:

1) (1) – параметрическое уравнение прямой в пространстве, (2) – каноническое уравнение прямой в пространстве, (3) – направляющий вектор прямой;

2) (1) – каноническое уравнение прямой в пространстве, (2) – параметрическое уравнение прямой в пространстве, (3) – нормальный вектор прямой – вектор ортогональной прямой;

3) (1) – каноническое уравнение прямой в пространстве, (2) – параметрическое уравнение прямой в пространстве, (3) – направляющий вектор прямой – вектор коллинеарной прямой.

52. Угол между прямыми $\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ и $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$

Определяется из выражения:

Ответ:

1) $\cos \alpha = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$;

2) $\cos \alpha = l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$;

3) $\sin \alpha = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$;

53. Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ (1)

И вектор $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ (2)

Называются соответственно:

Ответ:

1) (1) – уравнение прямой в пространстве, (2) – направляющий вектор прямой;

2) (1) - уравнение плоскости в пространстве, (2) – направляющий вектор плоскости;

3) (1) – уравнение плоскости в пространстве, (2) – нормальный вектор плоскости.

54. Угол между плоскостями $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

определяется из выражения

Ответ:

$$1) \sin \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$$2) \cos \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$$\underline{3) \cos \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$

55. Найти нормаль к прямой $2x + 3y = 7$ и координаты сложить.

Ответы: 1) 5, 2) 4, 3) 6, 4) 6.

56. Найти расстояние от точки $A(2 \ 0 \ 2)$ до плоскости $2x + 2y + z + 3 = 0$.

Ответы: 1) 2, 2) 3, 3) 1, 4) 6.

57. Найти фокусное расстояние эллипса $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 6, 4) 3.

58. Задано комплексное число $z = x + iy$. Выберите правильные ответы для $Re z$, $Im z$, $|z|$, если:

1. $Re z = y$; 2. $Re z = iy$; 3. $Re z = x$; 4. $Im z = x$; 5. $Im z = iy$; 6. $Im z = y$;

7. $|z| = x^2 + y^2$; 8. $|z| = |x| + |y|$; 9. $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Ответ:

1) 1; 4; 9;

2) 3; 5; 8;

3) 2; 4; 9;

4) 3; 6; 9;

5) 3; 5; 7.

59. Умножение комплексных чисел z_1 и z_2 осуществляется по формуле:

Ответы:

1) $|z_1||z_2|(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$;

2) $|z_1||z_2|(\cos \varphi_1 \varphi_2 + i \sin \varphi_1 \varphi_2)$;

3) $|z_1||z_2|(\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 + \varphi_2))$.

60. Деление комплексных чисел z_1 и z_2 осуществляется по формуле :

Ответы:

1) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| \left(\cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)$;

2) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$;

3) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| (\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$;

4) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| \left(\sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)$.

61. Возведение в степень n комплексного числа $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ осуществляется по

Формуле:

Ответы:

1) $|z|^n(\cos^n \varphi + i \sin^n \varphi)$;

2) $|z|^n(\cos \varphi^n + i \sin \varphi^n)$;

3) $|z|^n \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$;

4) $|z|^n(\cos(n \cdot \varphi) + i \sin(n \cdot \varphi))$.

62. Извлечения корня n -ой степени осуществляется по формуле:

Ответы:

1) $\sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$;

2) $\sqrt[n]{|z|} \left(\sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$;

3) $\sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n} \right)$;

4) $\sqrt[n]{|z|}(\cos \sqrt[n]{\varphi} + i \sin \sqrt[n]{\varphi})$

63 . Найти произведение комплексных чисел $(2 + 3i)(5 + 2i)$.

Ответы: **1) $4+19i$** , 2) $14+19i$, 3) $11+11i$, 4) $12+5i$.

64. Числовой последовательностью называют множество

Ответы:

1) занумерованных действительных чисел, расположенных в порядке возрастания их по абсолютной величине;

2) занумерованных вещественных чисел, подчиняющихся заданной функциональной зависимостью $x_n = f(x)$;

3) занумерованных вещественных чисел, полученных по некоторому закону, зависящему от $n \in \mathbb{N}$.

65. Число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для всякого

Ответы:

1) числа n_0 найдётся $\varepsilon < 0$ такое, что выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$;

2) числа n_0 найдётся $\varepsilon < 0$ такое, что выполняется неравенство $|x_n - a| > \varepsilon$;

3) $\varepsilon < 0$ найдётся число $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такое , что выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$;

4) $\varepsilon < 0$ найдётся число $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такое , что выполняется неравенство $|x_n - a| > \varepsilon$;

66. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$, то

Ответы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = a y_n + b x_n$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) \equiv a \cdot b$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = a \lim_{n \rightarrow \infty} y_n + b \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

67. Пределы а) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{1}{x})^x$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ называются соответственно

Ответы:

1) а) второй замечательный предел; б) второй замечательный предел; в) первый замечательный предел;

2) а) первый замечательный предел; б) первый замечательный предел; с) второй замечательный предел;

3) а) второй замечательный предел; б) первый замечательный предел; с) первый замечательный предел.

68. Функция $y = f(x)$ называется непрерывной в точке $x = a$, если

Ответы:

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, где $|f(x) - b| < \varepsilon$

2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, где $b = f(a)$

3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, где b определяется из определения предела $f(x)$ в точке $x = a$.

69. Функция $f(x)$ называется непрерывной в точке $x = a$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется $\delta(\varepsilon) > 0$ такое, что для

Ответы:

1) $|x - a| < \varepsilon$ справедливо неравенство $|f(x) - f(a)| < \delta(\varepsilon)$;

2) $|x - a| < \delta(\varepsilon)$ справедливо неравенство $|f(x) - f(a)| > \varepsilon$;

3) $|x - a| < \delta(\varepsilon)$ справедливо неравенство $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$

70. Если предел функции $y=f(x)$ в точке $x = a$ существует, но в этой точке $f(x)$ либо не определена, либо $f(a) \neq \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, то точка $x = a$ называется

Ответы:

1) точкой разрыва первого рода;

2) точкой разрыва второго рода;

3) устранимой точкой разрыва.

71. Если в точке x_0 к графику функции $y = f(x)$ проведена касательная, то производная и дифференциальная функции геометрически истолковывается соответственно как

Ответы:

1) приращение ординаты касательной на $[x_0; x_0 + \Delta x]$ и тангенс угла наклона касательной к оси O_x в точке x_0 ;

2) тангенс угла наклона касательной к оси O_x и приращение функции на $[x_0; x_0 + \Delta x]$

3) тангенс угла наклона касательной к оси O_x в точке x_0 и приращение ординаты касательной на $[x_0; x_0 + \Delta x]$

72. Если функции $U(x)$ и $V(x)$ дифференцируемы, то $(U \cdot V)$ и $\left(\frac{U}{V}\right)'$ вычисляются соответственно по формулам:

Ответы:

1) $U' \cdot V - V' \cdot U$ и $\frac{U' \cdot V - V' \cdot U}{V^2}$;

2) $U' \cdot V + V' \cdot U$ и $\frac{V' \cdot U - U' \cdot V}{V^2}$;

3) $U' \cdot V + V' \cdot U$ и $\frac{U' \cdot V - V' \cdot U}{V^2}$;

73. Если функция $y = f(x)$ задана параметрически, т.е. $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$, где t -параметр, то $y'(x)$ вычисляется по формуле:

Ответы:

1) $\frac{d\psi(t)}{dt}$;

2) $\frac{d\psi(t)}{d\varphi(t)}$;

3) $\frac{d\varphi(t)}{d\psi(t)}$;

74. Правильно Лопиталья: если $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны и дифференцируемы в некоторой проколотой окрестности точки $x = C, g(x) \neq 0$ и $\lim_{x \rightarrow C} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow C} g(x) = 0$, то

Ответы:

$$1) \lim_{x \rightarrow C} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow C} f(x)}{\lim_{x \rightarrow C} g(x)};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow C} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow C} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)';$$

$$3) \lim_{x \rightarrow C} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow C} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

75. Достаточным условием возрастания функция $y = f(x)$ на $(a; b)$ является

Ответы:

$$1) f'(x) < 0 \text{ в любой точке } x \in (a; b);$$

$$2) f'(x) > 0 \text{ в любой точке } x \in (a; b);$$

76. Если функция $y = f(x)$ определена на $(a; b)$ и для всех $x \in (a; b) f'(x) \leq 0$, то функция $y = f(x)$ на $(a; b)$

Ответы:

$$1) \text{ убывает;}$$

$$2) \text{ возрастает;}$$

$$3) \text{ выпукла;}$$

$$4) \text{ вогнута;}$$

77. Прямая $y = kx + b$ является наклонной асимптотой для функции $y = f(x)$, если

$$1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = k \text{ и } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - kx) = b$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = k \text{ и } \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - kx) = b$$

78. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x+2}{3x-3}$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 3, 4) 4/3.

79. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{x}$.

Ответы 1) 5, 2) 1/5, 3) 1/2, 4) 1.

80. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3+1}{x^3} \right)^{x^2+1}$.

Ответы: 1) 2, 2) 1, 3) 3, 4) ∞ .

81. Найти производную для функции e^{-x} .

Ответы: 1) e^{-x} , 2) e^x , 3) $-e^{-x}$, 4) $-e^x$.

82. Найти производную для функции $5x^{10} + e^{6x}$.

Ответы: 1) $50x^{11} + 6e^{6x}$, 2) $50x^{10} + 6e^{6x}$, 3) $50x^9 + 6e^{6x}$, 4) $50x^{10} + 3e^{6x}$.

83. Найти производную функции $5x^4 + \sin(6x)$.

Ответы : 1) $5x^5 + \cos(6x)$, 2) $20x^3 + 6\cos(6x)$, 3) $20x^4 + \cos(6x)$, 4) $x^5 + 6\cos(6x)$.

84. Найти производную функции $x^3 + \cos(3x)$.

Ответы: 1) $3x^5 + \sin(6x)$, 2) $3x^2 - 3\sin(3x)$, 3) $3x^{45} + \sin(6x)$, 4) $4x^4 + 3\sin(3x)$.

85. Найти производную функции $\cos^2(x)$.

Ответы: 1) $\sin(2x)$, 2) $-\sin(2x)$, 3) $-\cos(2x)$, 4) $\cos(2x)$.

86. Найти производную функции $\sin(3x+2)$.

Ответы: 1) $3\sin(x)$, 2) $3\sin(3x+2)$, 3) $3\cos(3x+2)$, 4) $-3\cos(3x+2)$.

87. Найти производную для функции $e^{6x} \cdot (2x^4 + 5)^3$.

Ответы: 1) $6e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)^2$, 2) $6e^{6x} \cdot (2x^4 + 5)^3 + e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)^2$, 3) $e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)$,
4) $e^{6x} \cdot (2x^4 + 5)^3 + e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)$.

88. Найти первую производную от функции и вычислить её значение в точке $x = 4$:

$$\square = \sqrt{1 + 2\square}$$

Ответ: 1) 3; 2) 0,33; 3) 0,66; 4) 0,99; 5) 1,5;

89. Найти первую производную от функции и вычислить её значение в точке $x = 4$:

$$\square = 3\square - 6\sqrt{\square}$$

Ответ: 1) 6; 2) 0; 3) 2; 4) 3; 5) 1,5;

90. Найти первую производную от функции и вычислить её значение в точке $x = 1$:

$$\square = \frac{1}{\square^2} + \frac{1}{1 + \square^4}$$

Ответ: 1) -6; 2) -3; 3) -2; 4) -4; 5) -5;

91. Если функция $U=U(x,y)$ дифференцируема в точке $\square_0(\square_0, \square_0)$, а функция $x=\square(\square)$ и $y=\square(t)$ дифференцируема в точке \square_0 , тогда функция $U(x,y)$ дифференцируема в точке \square_0 и частная производная вычисляется по формуле:

Ответ: 1) $\frac{\square\square}{\square\square} = \frac{\square\square}{\square\square} \frac{\square\square}{\square\square} + \frac{\square\square}{\square\square} \frac{\square\square}{\square\square}$; 2) $\frac{\square\square}{\square\square} = \frac{\square\square}{\square\square} \frac{\square\square}{\square\square} + \frac{\square\square}{\square\square} \frac{\square\square}{\square\square}$; 3) $\frac{\square\square}{\square\square} = \frac{\square\square}{\square\square} \frac{\square\square}{\square\square} + \frac{\square\square}{\square\square} \frac{\square\square}{\square\square}$.

92. Градиентом функции $U=f(x,y,z)$ в точке $\square_0(\square_0, \square_0, \square_0)$ называется

Ответ: 1) $\text{grad}U = \frac{\square\square}{\square\square} dx + \frac{\square\square}{\square\square} dy + \frac{\square\square}{\square\square} dz$;

2) $\text{grad}U = \frac{\square\square}{\square\square} \rightarrow + \frac{\square\square}{\square\square} \rightarrow + \frac{\square\square}{\square\square} \rightarrow$;

3) $\text{grad}U = \frac{\square\square}{\square\square} \cos\square + \frac{\square\square}{\square\square} \cos\square + \frac{\square\square}{\square\square} \cos\square$.

Типовые вопросы к зачету**ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)**

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Метод внесения под дифференциал.
2. Интегрирование по частям.
3. Интегрирование простейших дробей.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование функций, рационально зависящих от тригонометрических функций.
6. Некоторые интегралы тригонометрических функций.
7. Интегрирование алгебраических иррациональностей.
8. Обзор методов интегрирования.
9. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Замена переменной в определенном интеграле.
11. Интегрирование по частям.
12. Приближенное вычисление определенных интегралов.
13. Несобственные интегралы.
14. Площади плоских фигур.
15. Длина дуги кривой.
16. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.
17. Моменты. Центр тяжести.
18. Приложения определенных интегралов к решению физических задач.
19. Двойной интеграл в прямоугольных координатах.
20. Замена переменных в двойном интеграле.
21. Вычисление площадей плоских областей.
22. Вычисление объемов.
23. Вычисление площади поверхности.
24. Приложения двойного интеграла к механике.
25. Тройной интеграл в прямоугольных координатах.
26. Переход в тройном интеграле к цилиндрическим и сферическим координатам.
27. Вычисление объемов с помощью тройных интегралов.
28. Приложения тройного интеграла к механике.
29. Криволинейные интегралы.
30. Формула Грина.
31. Приложения криволинейных интегралов.
32. Поверхностные интегралы.

Типовые задания для контрольной работы №2

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\cos^2 x(3\operatorname{tg}x+1)}; \text{ б) } \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \text{ в) } \int \frac{dx}{x^3+x^2+2x+2}; \text{ г) } \int \frac{x^2+\sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{10} \sqrt{x^3+5} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_0^{-1} \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}.$$

Задание 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной четырехлепестковой розой $r = 4 \sin 2 \varphi$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 (3x^2 + y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad z = y^2, \quad x^2 + y^2 = 9.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$$

вдоль дуги 1 параболы $y = x^2$ от точки А (-1; 1) до точки В (1; 1). Сделать чертеж.

Вариант 2

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\cos 3x dx}{4 + \sin 3x}; \quad \text{б) } \int x^2 e^{3x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^2 dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}; \quad \text{г) } \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной параболлами $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^4 = a^2 (3x^2 - y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad y + z = 4, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 y - 3x) dx + (y^2 x - 2y) dy$$

вдоль верхней половины 1 эллипса $x = 3 \cos t, y = 2 \sin t, (0 \leq t \leq \pi)$.

Типовой комплект заданий для тестов

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

1. Формула Ньютона-Лейбница, если $F(x)$ - первообразная для $f(x)$, имеет вид:

Ответ: 1) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$; 2) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

3) $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$; 4) $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.

2. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла имеет вид:

Ответ: 1) $\int_a^b UdV = UV|_a^b + \int_a^b VdU$; 2) $\int_a^b UdV = \frac{U}{V}|_a^b - \int_a^b VdU$

3) $\int_a^b UdV = UV|_a^b - \int_a^b \frac{dU}{V}$; 4) $\int_a^b UdV = UV|_a^b - \int_a^b VdU$.

3. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 (1 + \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2})dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

4. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{3}{14} \int_1^4 \sqrt{x} \square \square$$

Ответ: 1) 5; **2) 1**; 3) 4; 4) 2; 5) 3;

5. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 \frac{4}{x^2} \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

6. Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{1-e} \frac{1}{1-x} \square \square$$

Ответ: 1) -5; **2) -1**; 3) -4; 4) -2; 5) -3;

7. Вычислить определенный интеграл

$$9 \int_0^1 \sqrt[5]{x^4} \square \square$$

Ответ: **1) 5;** 2) 1; 3) 4; 4) 2; 5) 3;

8. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{12}{17} \int_0^1 (\sqrt{x} + 1)^2 \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2;** 5) 3;

9. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2;** 5) 3;

10. Вычислить определенный интеграл

$$18 \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{1-4x} \cdot \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; 4) 2; **5) 3;**

11. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{3}{4} \cdot \int_0^1 \frac{\square + 1}{\sqrt{\square}} \cdot \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2;** 5) 3;

12. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{1}{4} \cdot \int_1^3 \square \cdot (\square^2 - 1) \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

13. Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{\frac{\square}{4}} 2 \square \square \square \square \square \square \square \square$$

Ответ: 1) 5; **2) 1;** 3) 4; 4) 2; 5) 3;

14. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{\frac{\square}{4}}^{\frac{\square}{2}} 8 \frac{\square \square \square \square}{\square \square \square^3 \square} \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

15. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной прямыми

$$\square = \frac{1}{4}(3\square - 1); \quad \square = 0; \quad \square = 2; \quad \square = 4.$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

16. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями

$$\square = 4\square + 1; \quad \square = 6\square + 1; \quad \square = 0; \quad \square = 2.$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

17. Несобственный интеграл I-ого рода обозначается:

Ответ: 1) $\int_a^b f(x)dx$; 2) $\int_a^\infty f(x)dx$; 3) $\int_a^0 f(x)dx$; 4) $\int_a^b df(x)$.

18. Вычислить несобственный интеграл

$$\frac{1}{\square} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\square^2 + 2\square + 2} \cdot \square \square$$

Ответ: 1) 5; **2) 1;** 3) 4; 4) 2; 5) 3;

19. Вычислить несобственный интеграл

$$9 \cdot \int_2^{\infty} \frac{1}{(\square + 1)^2} \cdot \square \square$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; 4) 2; **5) 3;**

20. Вычислить повторный интеграл

$$4 \cdot \int_0^1 \square \square \int_0^1 \square \square \int_0^1 (\square + \square) \square \square$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; **5) 4;**

21. Вычислить повторный интеграл

$$6 \cdot \int_0^1 \square \square \int_0^\square (\square + \square) \square \square$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; **4) 3;** 5) 4;

22. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint_D xy \, dS,$$

где $D: 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2.$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; **4) 3;** 5) 4;

23. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$6 \cdot \iint_D (x^2 + y) dS,$$

где $D: 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1.$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

24. Вычислить двойной интеграл по области, ограниченной заданными кривыми

$$12 \cdot \iint_D dS,$$

где $D: y = x^2; \quad y = x$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

25. С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми

$$\square = 2\square; \quad \square = \frac{1}{2}\square; \quad \square = 4.$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

26. Вычислить тройной интеграл

$$\frac{15}{7} \cdot \int_0^1 2z dz \int_z^{2z} y dy \int_0^y dx$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

27. Вычислить, переходя к полярным координатам

$$\frac{12}{\square} \iint_{\square} \sqrt{\square^2 + \square^2} \square \square$$

$$\square: \square^2 + \square^2 \leq 1; \quad \square \geq 0; \quad \square \geq 0$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

28. Вычислить, переходя к полярным координатам

$$\frac{24}{\square} \iint_{\square} (1 - \sqrt{\square^2 + \square^2}) \square \square$$

$$\square: \square^2 + \square^2 \leq 1; \quad \square \geq 0$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

29. Вычислить, переходя к полярным координатам, интеграл по области, ограниченной заданными кривыми

$$\frac{4}{\rho - 2} \iint_{\rho} I \rho \rho$$

$$\rho: \rho^2 + \rho^2 - 2\rho = 0; \quad \rho = 0; \quad \rho = \rho$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; **3) 1**; 4) 3; 5) 4;

30. Вычислить интеграл

$$2 \cdot \int_l (x - y) ds,$$

где l – отрезок прямой от $A(0, 0)$ до $B(4, 3)$

Ответ: 1) 2; **2) 5**; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

Типовые вопросы к экзамену**ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)**

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Интегрирование некоторых типов дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Дифференциальные уравнения высших порядков.
4. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Линейные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Метод Лагранжа (метод вариации произвольных постоянных).
7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
8. Бесконечный ряд, его сходимость.
9. Исследование на сходимости рядов с положительными членами. Признаки сходимости.
10. Признаки сходимости Даламбера и Коши.
11. Интегральный признак сходимости.
12. Абсолютная сходимость. Теорема Лейбница о сходимости знакопередающихся рядов.
13. Функциональные ряды. Область сходимости.
14. Правильная сходимость функциональных рядов.
15. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости.
16. Ряд Тейлора.
17. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
18. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.
19. Ряды с комплексными членами.
20. Ряды Фурье.
21. Интеграл Фурье.
22. Скалярное поле. Производная по направлению.
23. Градиент скалярного поля.
24. Векторное поле. Поток векторного поля через поверхность.
25. Подпространства.
26. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
27. Классическое определение вероятности, случайные события, элементарные исходы, свойства классической вероятности.
28. Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей.
29. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей.
30. Условная вероятность. Теорема о формуле полной вероятности, формулы Байеса.
31. Понятие распределения вероятностей случайных событий. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли.
32. Случайные величины: определение, функция распределения случайной величины и ее свойства, независимые случайные величины.
33. Определения числовых характеристик дискретных и непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана, центральные и начальные моменты.
34. Свойства математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины.
35. Биномиальное распределение, вычисление математического ожидания и дисперсии биномиального распределенной случайной величины.
36. Геометрическое распределение. Распределение Пуассона. Вычисление основных числовых характеристик этих распределений.
37. Непрерывные случайные величины. Вычисление математического ожидания и дисперсии для равномерно и нормально распределенных случайных величин.
38. Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Функция плотности распределения. Мода, медиана. Начальные и центральные моменты.
39. Понятие о законе больших чисел.

40. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность, выборка, выборочные характеристики. Методы отбора.
41. Статистические оценки и их свойства: несмещенность, эффективность и состоятельность.
42. Представление статистических данных. Полигон частот. Гистограмма.

Типовые задания для контрольной работы №3
ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1Задание 1

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' = y \ln \left(\frac{y}{x} \right).$$

Задание 2

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$$

Задание 3

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = e^{-2x}$, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Задание 4

Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольной постоянной

$$y'' + 4y' = 8 \operatorname{ctg} 2x$$

Задание 5

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать данную систему и ее решение в матричной форме.

Задание 6

Исследовать сходимость числового ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}$$

Задание 7

Исследовать сходимость знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n!}{n^2 + 1}$$

Задание 8

Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n} x^n$$

Задание 9

Найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = y + y^2$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 3$.

Задание 10

Разложить функцию $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ в ряд Фурье на интервале $(-\pi; \pi)$.

Задание 11

В партии из 10 изделий 2 бракованных. Наугад выбирают 3 изделия. Определить вероятность того, что среди этих изделий будет хотя бы одно бракованное.

Задание 12

Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство равна 0,9, второе – 0,95, третье – 0,85. Найти вероятность того, что при аварии сработает: а) только одно устройство; б) только два устройства; в) все три устройства.

Задание 13

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0,9$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(x) = 3,1$ и дисперсия $D(x) = 0,09$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Задание 14

Случайная величина x задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4. \\ 1, & x > 4 \end{cases}$.

Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Задание 15

Известны математическое ожидание $a = 6$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 3$ нормально распределенной случайной величины x . Найти вероятность попадания этой величины в интервал $(2;11)$.

Задание 16

Задана матрица $P_1 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$ вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i ($i = 1, 2$) в состояние j ($j = 1, 2$) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

Задание 17

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75,13$, объем выборки $n = 100$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 10$.

Задание 18

Дана таблица распределения вероятностей двумерной случайной величины (ξ, η) :

$\xi \setminus \eta$	-1	0	1
0	0,1	0,2	0,3
1	0	0,2	0,2

Найти $M(\xi)$, $M(\eta)$, $M(\xi\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $D(\xi\eta)$.

Вариант 2

Задание 1

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' + y = 3.$$

Задание 2

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' + \frac{1}{x}y' = x^2.$$

Задание 3

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + 5y = xe^{2x}$, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Задание 4

Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольной постоянной

$$y'' + 2y' + y = \frac{1}{xe^x}$$

Задание 5

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -8x - 5y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать данную систему и ее решение в матричной форме.

Задание 6

Исследовать сходимость числового ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$$

Задание 7

Исследовать сходимость знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{\ln n}$$

Задание 8

Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(n+1)^n} x^n$$

Задание 9

Найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = 2e^y - xy$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 0$.

Задание 10

Разложить функцию $f(x) = |x| + 1$ в ряд Фурье на интервале $(-1; 1)$.

Задание 11

В ящике имеется 20 деталей, среди которых 15 окрашенных. Наудачу извлечены 4 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

Задание 12

Вероятность наступления события в каждом из одинаковых независимых испытаний равна 0,02. Найти вероятность того, что в 50 испытаниях событие наступит 5 раз.

Задание 13

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0,9$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(x) = 2,2$ и дисперсия $D(x) = 0,36$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Задание 14

Случайная величина x задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 < x \leq 3. \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей, математическое

ожидание и дисперсию случайной величины.

Задание 15

Известны математическое ожидание $a = 5$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1$ нормально распределенной случайной величины x . Найти вероятность попадания этой величины в интервал $(1;12)$.

Задание 16

Задана матрица $P_1 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$ вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i ($i = 1,2$) в состояние j ($j = 1,2$) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

Задание 17

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75,12$, объем выборки $n = 121$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 11$.

Задание 8

Дана таблица распределения вероятностей двумерной случайной величины (ξ, η) :

$\xi \setminus \eta$	-1	0	1
0	0,1	0,3	0
1	0,2	0,2	0,2

Найти $M(\xi)$, $M(\eta)$, $M(\xi\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $D(\xi\eta)$.

Приложение 9

Типовой комплект заданий для тестов

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

1. Дифференциальные уравнения $F(x,y,y',y'',\dots,y^{(n)})=0$ называется:

Ответ: 1)уравнения с частными производными;

2)обыкновенными дифференциальными уравнениями I-ого порядка

3)обыкновенными дифференциальными уравнениями n-ого порядка;

4)уравнения с частными производными n-ого порядка.

2. Однородное дифференциальное уравнение I-го порядка решается путем подстановки:

Ответ: 1) $y = U \cdot V$; 2) $y = U \cdot x$; 3) $y = \frac{u}{v}$; 4) $y = \frac{x}{u}$.

3. Дифференциальное уравнение I-го порядка называется линейным, если

Ответ: 1) оно имеет вид $\frac{dy}{dx} = f(x; y)$, где $f(x, y)$ - функция нулевого измерения;

2) оно имеет вид $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$, где $M(x, y)$ и $N(x, y)$ – функция одного измерения;

3) оно имеет вид $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$

4. Уравнение Бернулли имеет вид:

Ответ: **1) $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^n$;**

2) $\frac{dy}{dx} + P(x) = Q(x) \cdot y^n$;

3) $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot x = Q(x)$.

5. Линейное уравнение первого порядка решается путем подстановки:

Ответ: 1) $y = x \cdot U$; 2) $y = \frac{U}{V}$; 3) $y = \frac{x}{U}$; **4) $y = U \cdot V$;**

6. Уравнение Бернулли решается путем подстановки:

Ответ: 1) $y = x \cdot U$; 2) $y = \frac{U}{V}$; **3) $y = U \cdot V$;** 4) $y = \frac{x}{U}$.

7. Чтобы дифференциальное уравнение $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ представляло собой уравнение в полных дифференциалах, нужно, чтобы было выполнено условие:

Ответ: 1) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$; 2) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$; 3) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x}$; 4) $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}$.

8. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n y = f(x)$ называется

Ответ: **1) линейным неоднородным;**

2) однородным n-го порядка;

3) нелинейным неоднородным n-го порядка;

4) линейным однородным n-го порядка.

9. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y' + a_n y = 0$ называется

Ответ: 1) линейным неоднородным;

2) однородным n-го порядка;

3) нелинейным неоднородным n-го порядка;

4) линейным однородным n-го порядка.

10. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два частных решения y_1 и y_2 , то

Ответ: 1) $y_1 + y_2$ *будет*, $C_1y_1 + C_2y_2$ не будет решением;
2) $y_1 + y_2$ и $C_1y_1 + C_2y_2$ будут решениями;
 3) $C_1y_1 + C_2y_2$ будет, а $y_1 + y_2$ не будет решениями
 4) $y_1 + y_2$ и $C_1y_1 + C_2y_2$ могут быть, а могут и не быть решениями.

11. Если $y_1 + y_2$ - два линейно независимых решения дифференциального уравнения

$y'' + a_1y' + a_2y = 0$, то общее решение этого уравнения будет

Ответ: **1) $C_1y_1 + C_2y_2$;** 2) $y_1 + y_2$; 3) C_1y_1/C_2y_2 ; 4) $e^{y_1x} + C_2e^{y_2x}$.

12. Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами

$y'' + a_1y' + a_2y = 0$ имеет характеристическое уравнение вида:

Ответ: 1) $k^2 + a_1k + a_2 = 0$; 2) $k^n + a_1k' + a_2k = 0$;

3) $y^2 + a_1k + a_2 = 0$; **4) $k^2 + a_1k + a_2 = 0$;**

13. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ имеет два различных действительных корня k_1 и k_2 . Тогда общее решение этого уравнения будет:

Ответ: **1) $C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x}$;** 2) $C_1 \cos k_1x + C_2 \sin k_2x$; 3) $e^{k_1x} + e^{k_2x}$; 4) $C_1e^{k_1x} \cdot C_2e^{k_2x}$.

14. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = \alpha + i\beta$ и $k_2 = \alpha - i\beta$. Тогда общее решение дифференциального уравнения будет:

Ответ: 1) $e^{\beta x} (C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x)$; 2) $C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \alpha x$;

3) $e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$; 4) $C_1e^{\alpha x} + C_2e^{\beta x}$.

15. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ имеет два одинаковых $k_1 = k_2$. Тогда общее решение дифференциального уравнения будет:

Ответ: 1) $C_1e^{k_1x} + C_2e^{k_2x}$; 2) $C_1 \cos k_1x + C_2 \sin k_1x$

3) $e^{k_1x} (C_1 \cos k_2x + C_2 \sin k_2x)$; **4) $C_1e^{k_1x} + C_2 \cdot x \cdot e^{k_1x}$;**

16. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения

$y'' + a_1y' + a_2y = P_m(x) \cdot e^{\alpha x}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные α . Укажите, какое это решение:

Ответ: 1) общее; **2) частное.**

17. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y^n + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные a . Укажите, вид его решения:

Ответ: 1) $Q_m(x)e^{ax}$; 2) $Q_m(x)(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; 3) $Q_m(x) \cdot x^r \cdot e^{ax}, r \neq 0$; 4) $Q_m(x)e^{ax}(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$

18. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y^n + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 . Число a равно хотя бы одному корню характеристического уравнения. Укажите, какое это решение:

Ответ: 1) общее; **2) частное.**

19. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения $y^n + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 . Число a равно хотя бы одному корню характеристического уравнения. Укажите, вид его решения:

Ответ: 1) $Q_m(x)e^{ax}$; 2) $Q_m(x)(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; 3) $Q_m(x) \cdot x^r \cdot e^{ax}$; 4) $Q_m(x)e^{ax}(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$.

20. Система $\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{cases}$ называется

Ответ: 1) канонической I-ого порядка;
2) нормальной I-ого порядка;
3) нормальной n-ого порядка;
4) канонической n-ого порядка.

21. Нормальная система n уравнений может быть сведена:

Ответ: 1) к дифференциальному уравнению любого порядка;
2) к дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами;
3) дифференциальному уравнению n -ого порядка.

Типовые вопросы к зачету**ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)**

1. Декартовы прямоугольные координаты.
2. Деление отрезка в данном отношении.
3. Прямая линия. Угловой коэффициент прямой.
4. Прямая, заданная двумя точками.
5. Нормальное уравнение. Расстояние точки от прямой.
6. Пересечение двух прямых.
7. Окружность.
8. Эллипс.
9. Гипербола.
10. Парабола.
11. Преобразование уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
12. Полярная система координат.
13. Матрицы. Свойства матриц.
14. Определители II, III и высших порядков. Свойства определителей.
15. Обратная матрица.
16. Правило Крамера.
17. Линейная зависимость и независимость векторов.
18. Ранг матрицы.
19. Системы линейных уравнений. Критерии совместности и несовместности, определенности и неопределенности.
20. Векторное n-мерное пространство векторов.
21. Переход к новой системе координат.
22. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение.
23. Матрица линейного преобразования в новом базисе. Диагонализация матриц.
24. Скалярное произведение векторов. Проекция вектора на ось. Работа силы.
25. Векторное произведение векторов. Момент силы.
26. Смешанное произведение векторов.
27. Плоскость. Ее уравнение.
28. Прямая линия.
29. Сфера.
30. Цилиндрические поверхности.
31. Поверхности вращения.
32. Поверхности второго порядка.
33. Комплексные числа и действия над ними в алгебраической форме.
34. Сопряженные числа. Геометрическая интерпретация.
35. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
36. Формула Эйлера. Извлечение корней n-ой степени.
37. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
38. Предел функции. Замечательные пределы.
39. Бесконечно малые, бесконечно большие величины, их свойства.
40. Эквивалентные функции.
41. Непрерывность функции в точке, на интервале и на отрезке.
42. Разрывы функции и их виды.

Типовые задания для контрольной работы №1
ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами: 1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы $a(1; -2; 3)$, $b(4; 7; 2)$, $c(6; 4; 2)$ и $d(14; 18; 6)$ в некотором базисе. Показать, что векторы a , b , c образуют базис, и найти координаты вектора d в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(6; 6; 5)$, $A_2(4; 9; 5)$, $A_3(4; 6; 11)$, $A_4(6; 9; 3)$.

Найти: 1) длину ребра A_1A_2 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2

7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.
Сделать чертеж.

Задание 4.

Даны две вершины $A(2; -2)$ и $B(3; -1)$ и точка $P(1; 0)$ пересечения медиан треугольника ABC . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину C . Сделать чертеж.

Задание 5.

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $A(0; 2)$ и от прямо $y - 4 = 0$.

Задание 6.

Линия задана уравнением $r = \frac{10}{2 + \cos \varphi}$ в полярной системе координат

Требуется: 1) построить линию по точкам, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$ и придавая φ значения $\frac{\pi}{8}$; 2) найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по уравнению в декартовой прямоугольной системе координат определить, какая это линия.

Задание 7.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = 4x_1 + 3x_2 + 8x_3, \\ x_2 = 6x_1 + 9x_2 + x_3, \\ x_3 = 2x_1 + x_2 + 8x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = -x_1' + 8x_2' - 2x_3', \\ x_2'' = -4x_1' + 3x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = 3x_1' - 8x_2' + 5x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3 .

Задание 8.

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 10 & -19 & 10 \\ -12 & -24 & 13 \end{bmatrix}$$

Задание 9.

Найти пределы функции, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 1}{x^2 + x^3}$

г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 5)[\ln(x - 3) - \ln x]$

Задание 10.

Дано комплексное число $z = 4 / (1 - i\sqrt{3})$. Требуется 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3 + z = 0$.

Вариант 2

Задание 1.

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$$

Доказать её совместность и решить двумя способами: 1) Методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

Задание 2.

Даны векторы \mathbf{a} (1; 4; 3), \mathbf{b} (6; 8; 5), \mathbf{c} (3; 1; 4), \mathbf{d} (21; 18; 33) в некотором базисе. Показать, что векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} образуют базис, и найти координаты вектора \mathbf{d} в этом базисе.

Задание 3.

Даны координаты вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: A_1 (7; 2; 2), A_2 (5; 7; 7), A_3 (5; 3; 1), A_4 (2; 3; 7).

Найти: 1) длину ребра A_1A_2 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнение прямой A_1A_2

7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.
Сделать чертеж.

Задание 4.

Даны уравнения двух высот треугольника $x + y = 4$ и $y = 2x$ и одна из его вершин A (0; 2). Составить уравнения треугольника. Сделать чертеж.

Задание 5.

Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от оси ординат и от окружности $x^2 + y^2 = 4x$.

Замечание. Напомним, что расстояние от точки A до фигуры Φ принимается наименьшее из расстояний между точкой A и точками фигуры Φ .

Задание 6.

$$r = \frac{3}{1 - 2 \cos \varphi}$$

Линия задана уравнением в полярной системе координат

Требуется: 1) построить линию по точкам, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$ и придавая φ значения

через промежуток $\frac{\pi}{8}$; 2) найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; 3) по уравнению в декартовой прямоугольной системе координат определить, какая это линия.

Задание 7.

Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1 = x_1 - 3x_2 + 4x_3, \\ x_2' = 2x_1 + x_2 - 5x_3, \\ x_3 = -3x_1 + 5x_2 + x_3; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 5x_2' - 3x_3', \\ x_2'' = x_1' - x_2' - x_3', \\ x_3'' = 7x_1' + 4x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3 .

Задание 8.

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{bmatrix}$$

Задание 9.

Найти пределы функции, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^{2x} 2}{x^2}$

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{x/(3x-3)}$

Задание 10.

Дано комплексное число $z = -4 / (\sqrt{3} - i)$. Требуется 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $w^3 + z = 0$.

Типовой комплект заданий для тестов

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

1. Матрица – это

Ответы:

1.прямоугольная таблица чисел, заключенная в вертикальные скобки – $|a_{ij}|$, содержащая m строк и n столбцов;

2. прямоугольная таблица чисел, заключенная в скобки вида $\| a_{ij} \|$,либо $[a_{ij}]$, содержащая некоторое число m строки и n столбцов;

3. прямоугольная таблица чисел, содержащая n строк и n столбцов, заключенных в вертикальные скобки $|a_{ij}|$ и равная некоторому числу после вычисления.

2. Матрица размера $1 \times m$ называется **матрицей - столбцом**

3. Матрица размера $n \times 1$ называется **матрицей - строкой**

4. Если в матрице число строк и число столбцов совпадает, она называется ... **квадратной**

5. Матрица А имеет размер 5×3 , матрица В имеет размер 2×5 . Какой размер имеет матрица $C = B \times A$?

Ответ: 1) 5×3 ; 2) 2×5 ; 3) 5×5 ; **4) 2×3** ; 5) 3×2 .

6. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Ответы: 1) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, **3) $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$** , 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ найти элемент $c_{2,3}$ матрицы $C = A + B$.

Ответ: **1) 2**; 2) 4; 3) 6; 4) 5; 5) 1.

8. Найти E^n , где E – единичная матрица любого порядка.

Ответ: **1) E** ; 2) 1; 3) $n-1$; 4) 0; 5) $n \cdot E$.

9. Определитель- это

Ответы:

1. прямоугольная таблица чисел, заключенная в вертикальные скобки – $|a_{ij}|$, содержащая m строк и n столбцов;

2. прямоугольная таблица чисел, заключенная в скобки вида $\|a_{ij}\|$, либо $[a_{ij}]$, либо (a_{ij}) содержащая некоторое число m строк и n столбцов;

3. прямоугольная таблица чисел, содержащая n строк и n столбцов, заключенных в вертикальные скобки $|a_{ij}|$ и равная некоторому числу после вычисления.

10. Определитель $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ вычисляется:

1. $a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$;

2. $a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$;

3. $a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}$;

4. $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$.

11. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} a+b & b \\ c+d & d \end{vmatrix}$.

Ответы: 1) $ac-db$, 2) $ab-cd$, **3) $ad-bc$** , 4) $ac+db$.

12. Определитель матрицы A равен 7. Какому значению равен определитель транспонированной матрицы A^T ?

Ответ: **1) 7**; 2) $1/7$; 3) 7^2 ; 4) $7^{1/2}$; 5) 1.

13. Определитель обратной матрицы A^{-1} равен 3. Какому значению равен определитель матрицы A ?

Ответ: 1) 9; 2) $1/9$; 3) 3; **4) $1/3$** ; 5) 1.

14. Минором M_{ji} любого элемента a_{ji} матрицы n -го порядка называется:

Ответы:

1. матрица (n-1)-го порядка, получаемая из элементов исходной матрицы путем вычеркивания строки и столбца, на пересечении которых находится элемент a_{ji} ;

2. определитель (n-1)-го порядка получаемый из элементов исходной матрицы путем вычеркивания строки и столбца на пересечении которых находится элемент a_{ji} ;

3. определитель исходной матрицы, умноженный на элемент a_{ji} .

15. В определителе $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ найдите значение минора $M_{2,1}$.

Ответ: 1) 2; 2) 3; **3) 1;** 4) -1; 5) 5.

16. При замене всех строк определителя соответствующими по номеру столбцами, определитель

Ответы:

1. меняет знак;

2. принимает новое числовое значение;

3. не изменяет своего числового значения.

17. Если элементы двух столбцов (строк) определителя пропорциональны, либо равны друг другу, то определитель равен

Ответы:

1. удвоенному значению определителя, получаемому при вычеркивании соответствующих столбцов (строк);

2. нулю;

3. сумме произведений элементов этих столбцов (строк) на их алгебраические дополнения.

18. Матрица называется квадратной, если

Ответы:

4. все элементы строк (столбцов) не равны нулю;

5. число строк не равно числу столбцов;

6. число строк равно числу столбцов.

19. При умножении матрицы на число

Ответы:

3. **все элементы матрицы умножаются на это число;**
4. элементы одного из любых столбцов (строк) умножаются на это число.

20. При умножении двух матриц должно соблюдаться условие:

Ответы:

4. число строк первой матрицы равно числу столбцов второй матрицы;
5. число столбцов первой матрицы равно числу столбцов второй матрицы;
6. **число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы.**

21. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице A , если она удовлетворяет условию

Ответы:

4. $AA^{-1}=I$;
5. **$AA^{-1}=E$, где E – единичная матрица;**
6. $A^{-1}A=A$;

22. Вычислить обратную матрицу к матрице A и указать сумму всех элементов обратной матрицы, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

Ответы: 1) 2, **2) 4**, 3) 6, 4) 1.

23. Решение матричного уравнения $AX=B$ имеет вид:

Ответы:

4. **$X=A^{-1}B$;**
5. $X=BA^{-1}$;
6. $X=A^{-1}B^{-1}$.

24. Рангом матрицы называется

Ответы:

3. произведение числа строк m на число столбцов n ;
4. **число, равное наибольшему из порядков миноров данной матрицы.**

25. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответы: **1) 2**, 2) 4, 3) 3, 4) 6.

26. Решить систему $\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ 3x + 5y = 29 \end{cases}$ методом Крамера, и в ответе указать сумму.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 6, **4) 1.**

27. Вектором называется

Ответы:

3. направленный отрезок любой кривой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – начало вектора, вторая – конец вектора;
4. **направленный отрезок прямой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – начало вектора, вторая – конец вектора.**

28. Векторы называются коллинеарными, если они лежат

Ответы:

4. только на одной прямой;
 5. только на параллельных прямых;
 6. **либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.**
29. Векторы называются компланарными, если они лежат

Ответы:

4. только в одной плоскости;
5. только в параллельных плоскостях;
6. **либо в одной плоскости, либо в параллельных плоскостях.**

30. Суммой векторов a и b , $(a + b)$ называется вектор, идущий

Ответы:

1. из конца вектора b в начало вектора a ;
2. **из начала вектора a в конец вектора b .**

31. Вычислить собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ и в ответе указать их сумму.

Ответы: 1) 2, **2) 6**, 3) 4, 4) 1.

32. Найти собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и скалярно их перемножить.

Ответы: 1) 6, 2) 4, 3) 6, **4) 0.**

33. Скалярным произведением векторов a и b называется

Ответы:

4. число, обозначаемое $(\overline{a, b})$ либо \overline{ab} , равное $|\overline{a||b|} \sin(\overline{ab})$;
5. вектор ортогональный к векторам \overline{a} и \overline{b} , длиной $|\overline{a||b|} \cos(\overline{ab})$;
6. число $|\overline{a||b|} \cos(\overline{ab})$, обозначаемое $(\overline{a, b})$ либо \overline{ab} .

34. Если a ортогонален b , то \overline{ab} равно

Ответы:

31. нулю;

32. $|\overline{a||b|}$.

35. Вычислить скалярное произведение векторов: $\vec{a} = (2 \ 2 \ 1)$, $\vec{b} = (2 \ 3 \ 1)$.

Ответы: **1) 11**, 2) 4, 3) 6, 4) 6.

36. Вычислить косинус угла между векторами $\vec{a} = (2 \ 2 \ 1)$, $\vec{b} = (0 \ 2 \ 1)$.

Ответы: 1) $\frac{3}{\sqrt{30}}$, **2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$** , 3) $\frac{3}{\sqrt{5}}$, 4) $\frac{3}{\sqrt{26}}$.

37. Если $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$, то \overline{ab} равно

Ответы:

1) $a_x b_x \vec{i} + a_y b_y \vec{j} + a_z b_z \vec{k}$,

2) $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

38. Расстояние между точками $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$ определяется по формуле

Ответы:

1) $|\overline{M_1 M_2}| = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$,

2) $|\overline{M_1 M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

3) $|\overline{M_1 M_2}| = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$.

39. Векторное произведение двух векторов \vec{a} и \vec{b} есть

Ответы:

33. вектор, обозначаемый $[\vec{a}\vec{b}]$, компланарный с векторами \vec{a} и \vec{b} и длина его равна $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \vec{a}\vec{b}$;

2) вектор, обозначаемый $[\vec{a}\vec{b}]$, ортогональный к векторам \vec{a} и \vec{b} , длина его равна

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi;$$

3) вектор, обозначаемый $[\vec{a}\vec{b}]$, ортогональный к векторам \vec{a} и \vec{b} , длина его равна

$$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \vec{a}\vec{b};$$

4) скаляр, длина которого равна $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \vec{a}\vec{b}$ и обозначаемый $\vec{a}\vec{b}$ либо (\vec{a}, \vec{b})

40. Для векторного произведения $[\vec{a}\vec{b}]$ справедливы свойства:

Ответы:

1) $[\vec{a}\vec{b}] = [\vec{b}\vec{a}]$, $[\vec{a}\vec{a}] = 0$

2) $[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}]$, $[\vec{a}\vec{a}] = 0$

3) $[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}]$, $[\vec{a}\vec{a}] = |\vec{a}|^2$

41. Если $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$, то векторное произведение $[\vec{a}\vec{b}]$ равно

Ответы:

1) $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$;

2) $a_x b_x \vec{i} + a_y b_y \vec{j} + a_z b_z \vec{k}$;

3)
$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

42. Вычислить векторное произведение векторов и в ответе указать сумму координат:
 $\vec{a} = (0 \ 2 \ 1), \vec{b} = (2 \ 0 \ 1)$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 6, **4) 0**.

43. Вычислить векторное произведение векторов и в ответе указать сумму координат:
 $\vec{a} = (1 \ 2 \ 1), \vec{b} = (1 \ 0 \ 3)$.

Ответы: **1) 2**, 2) 4, 3) 6, 4) 0.

44. Вычислить объем пирамиды образованной тремя векторами: $\vec{a} = (2 \ 0 \ 1), \vec{b} = (1 \ 1 \ 0),$
 $\vec{c} = (0 \ 2 \ 2)$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 5, **4) 1**.

45. При каком значении параметра m векторы \vec{c}_1 и \vec{c}_2 перпендикулярны?

$$\vec{a} = \{1, -2, 3\}, \vec{b} = \{3, 0, -1\}, \vec{c}_1 = 2\vec{a} + m\vec{b}, \vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a};$$

Ответ: 1) 11/15; 2) 4/5; **3) 14/15**; 4) 24/25; 5) 2/5.

46. Угол φ между векторами $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ и $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$ определяется из формулы:

Ответы:

$$\mathbf{1) \cos\varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}};}$$

$$2) \cos\varphi = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2;$$

$$3) \sin\varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}};$$

47. Смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ есть

Ответы:

1) вектор, получаемый при умножении \vec{a} на \vec{b} векторно, и получившийся результат умножают скалярно на \vec{c} ;

2) скаляр, получаемый при умножении \vec{a} на \vec{b} векторно, и получившийся вектор умножают скалярно на \vec{c} ;

3) скаляр, получаемый при умножении \vec{a} на \vec{b} векторно, и получившийся вектор умножают векторно на \vec{c} .

48. Найти длину вектора $\vec{a} = 20\vec{i} + 30\vec{j} - 60\vec{k}$.

Ответ: 1) 60; **2) 70;** 3) 80; 4) 90; 5) 110.

49. Общее уравнение прямой L на плоскости имеет вид

Ответ:

1) $Ax + By + C = 0$, где $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ ортогонален прямой L;

2) $Ax + By + C = 0$, где $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ направляющий вектор прямой L;

3) $y = Ax + B$, где $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j}$ направляющий вектор прямой L.

50. Уравнения прямых $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m}$ (1) $\begin{cases} x = x_1 + l \cdot t \\ y = y_1 + m \cdot t \end{cases}$ (2)

$$y = kx + b \quad (3)$$

Называются следственно:

Ответ:

1) (1) – Параметрическим, (2) – каноническим, (3) – с угловым коэффициентом;

2) (1) – каноническим, (2) – параметрическим, (3) – с угловым коэффициентом;

3) (1) – с угловым коэффициентом, (2) – каноническим, (3) – параметрическим.

51. Уравнения $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ (1)

$$\begin{cases} x = x_0 + l \cdot t \\ y = y_0 + m \cdot t \\ z = z_0 + n \cdot t \end{cases} \quad (2)$$

И вектор $\vec{S} = l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$ (3)

Называются соответственно:

Ответ:

1) (1) – параметрическое уравнение прямой в пространстве, (2) – каноническое уравнение прямой в пространстве, (3) – направляющий вектор прямой;

2) (1) – каноническое уравнение прямой в пространстве, (2) – параметрическое уравнение прямой в пространстве, (3) – нормальный вектор прямой – вектор ортогональной прямой;

3) (1) – каноническое уравнение прямой в пространстве, (2) – параметрическое уравнение прямой в пространстве, (3) – направляющий вектор прямой – вектор коллинеарной прямой.

52. Угол между прямыми $\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ и $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$

Определяется из выражения:

Ответ:

1) $\cos \alpha = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$;

2) $\cos \alpha = l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$;

3) $\sin \alpha = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$;

53. Уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$ (1)

И вектор $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ (2)

Называются соответственно:

Ответ:

1) (1) – уравнение прямой в пространстве, (2) – направляющий вектор прямой;

2) (1) - уравнение плоскости в пространстве, (2) – направляющий вектор плоскости;

3) (1) – уравнение плоскости в пространстве, (2) – нормальный вектор плоскости.

54. Угол между плоскостями $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

определяется из выражения

Ответ:

$$1) \sin \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$$2) \cos \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

$$\underline{\underline{3) \cos \alpha = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}}}$$

55. Найти нормаль к прямой $2x + 3y = 7$ и координаты сложить.

Ответы: **1) 5**, 2) 4, 3) 6, 4) 6.

56. Найти расстояние от точки $A(2 \ 0 \ 2)$ до плоскости $2x + 2y + z + 3 = 0$.

Ответы: 1) 2, **2) 3**, 3) 1, 4) 6.

57. Найти фокусное расстояние эллипса $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 6, **4) 3**.

58. Задано комплексное число $z = x + iy$. Выберите правильные ответы для $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$, если:

1. $\operatorname{Re} z = y$; 2. $\operatorname{Re} z = iy$; 3. $\operatorname{Re} z = x$; 4. $\operatorname{Im} z = x$; 5. $\operatorname{Im} z = iy$; 6. $\operatorname{Im} z = y$;

7. $|z| = x^2 + y^2$; 8. $|z| = |x| + |y|$; 9. $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Ответ:

1) 1; 4; 9;

2) 3; 5; 8;

3) 2; 4; 9;

4) 3; 6; 9;

5) 3; 5; 7.

59. Умножение комплексных чисел z_1 и z_2 осуществляется по формуле:

Ответы:

1) $\underline{|z_1||z_2|(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))};$

2) $|z_1||z_2|(\cos \varphi_1 \varphi_2 + i \sin \varphi_1 \varphi_2);$

3) $|z_1||z_2|(\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 + \varphi_2)).$

60. Деление комплексных чисел z_1 и z_2 осуществляется по формуле :

Ответы:

1) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| \left(\cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right);$

2) $\underline{\left| \frac{z_1}{z_2} \right| (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2));}$

3) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| (\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cos(\varphi_1 - \varphi_2));$

4) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| \left(\sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right).$

61. Возведение в степень n комплексного числа $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ осуществляется по

Формуле:

Ответы:

1) $|z|^n(\cos^n \varphi + i \sin^n \varphi);$

2) $|z|^n(\cos \varphi^n + i \sin \varphi^n);$

3) $|z|^n \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right);$

4) $\underline{|z|^n(\cos(n \cdot \varphi) + i \sin(n \cdot \varphi));}$

62. Извлечения корня n -ой степени осуществляется по формуле:

Ответы:

1) $\underline{\sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right);}$

2) $\sqrt[n]{|z|} \left(\sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right);$

3) $\sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n} \right);$

4) $\sqrt[n]{|z|}(\cos \sqrt[n]{\varphi} + i \sin \sqrt[n]{\varphi})$

63 . Найти произведение комплексных чисел $(2 + 3i)(5 + 2i)$.

Ответы: **1) 4+19i**, 2) 14+19i, 3) 11+11i, 4) 12+5i.

64. Числовой последовательностью называют множество

Ответы:

1) занумерованных действительных чисел, расположенных в порядке возрастания их по абсолютной величине;

2) занумерованных вещественных чисел, подчиняющихся заданной функциональной зависимости $x_n = f(x)$;

3) занумерованных вещественных чисел, полученных по некоторому закону, зависящему от $n \in N$.

65. Число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если для всякого

Ответы:

1) числа n_0 найдётся $\varepsilon < 0$ такое, что выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$;

2) числа n_0 найдётся $\varepsilon < 0$ такое, что выполняется неравенство $|x_n - a| > \varepsilon$;

3) $\varepsilon < 0$ найдётся число $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такое, что выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$;

4) $\varepsilon < 0$ найдётся число $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такое, что выполняется неравенство $|x_n - a| > \varepsilon$;

66. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$, то

Ответы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = ay_n + bx_n$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) \equiv a \cdot b$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = a \lim_{n \rightarrow \infty} y_n + b \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

67. Пределы а) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+\frac{1}{x})^x$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ называются соответственно

Ответы:

1) а) второй замечательный предел; б) второй замечательный предел; с) первый замечательный предел;

2) а) первый замечательный предел; б) первый замечательный предел; с) второй замечательный предел;

3) а) второй замечательный предел; б) первый замечательный предел; с) первый замечательный предел.

68. Функция $y = f(x)$ называется непрерывной в точке $x = a$, если

Ответы:

1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, где $|f(x) - b| < \varepsilon$

2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, где $b = f(a)$

3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, где b определяется из определения предела $f(x)$ в точке $x = a$.

69. Функция $f(x)$ называется непрерывной в точке $x = a$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется $\delta(\varepsilon) > 0$ такое, что для

Ответы:

1) $|x - a| < \varepsilon$ справедливо неравенство $|f(x) - f(a)| < \delta(\varepsilon)$;

2) $|x - a| < \delta(\varepsilon)$ справедливо неравенство $|f(x) - f(a)| > \varepsilon$;

3) $|x - a| < \delta(\varepsilon)$ справедливо неравенство $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$

70. Если предел функции $y=f(x)$ в точке $x = a$ существует, но в этой точке $f(x)$ либо не определена, либо $f(a) \neq \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, то точка $x = a$ называется

Ответы:

1) точкой разрыва первого рода;

2) точкой разрыва второго рода;

3) устранимой точкой разрыва.

71. Если в точке x_0 к графику функции $y = f(x)$ проведена касательная, то производная и дифференциальная функции геометрически истолковывается соответственно как

Ответы:

1) приращение ординаты касательной на $[x_0; x_0 + \Delta x]$ и тангенс угла наклона касательной к оси O_x в точке x_0 ;

2) тангенс угла наклона касательной к оси O_x и приращение функции на $[x_0; x_0 + \Delta x]$

3) тангенс угла наклона касательной к оси O_x в точке x_0 и приращение ординаты касательной на $[x_0; x_0 + \Delta x]$

72. Если функции $U(x)$ и $V(x)$ дифференцируемы, то $(U \cdot V)'$ и $\left(\frac{U}{V}\right)'$ вычисляются соответственно по формулам:

Ответы:

1) $U' \cdot V - V' \cdot U$ и $\frac{U' \cdot V - V' \cdot U}{V^2}$;

2) $U' \cdot V + V' \cdot U$ и $\frac{V' \cdot U - U' \cdot V}{V^2}$;

3) $U' \cdot V + V' \cdot U$ и $\frac{U' \cdot V - V' \cdot U}{V^2}$;

73. Если функция $y = f(x)$ задана параметрически, т.е. $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$, где t -параметр, то $y'(x)$ вычисляется по формуле:

Ответы:

1) $\frac{d\psi(t)}{dt}$;

2) $\frac{d\psi(t)}{d\varphi(t)}$;

3) $\frac{d\varphi(t)}{d\psi(t)}$;

74. Правильно Лопиталья: если $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны и дифференцируемы в некоторой проколотой окрестности точки $x = c, g(x) \neq 0$ и $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0$, то

Ответы:

1) $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$;

2) $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)'$;

3) $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

75. Достаточным условием возрастания функция $y = f(x)$ на $(a; b)$ является

Ответы:

1) $f'(x) < 0$ в любой точке $x \in (a; b)$;

2) $f'(x) > 0$ в любой точке $x \in (a; b)$;

76. Если функция $y = f(x)$ определена на $(a; b)$ и для всех $x \in (a; b) f''(x) \leq 0$, то функция $y = f(x)$ на $(a; b)$

Ответы:

1) убывает;

2) возрастает;

3) выпукла;

4) вогнута;

77. Прямая $y = kx + b$ является наклонной асимптотой для функции $y = f(x)$, если

1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - kx) = b$

2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = b$ и $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - kx) = k$

78. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x+2}{3x-3}$.

Ответы: 1) 2, 2) 4, 3) 3, 4) 4/3.

79. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{x}$.

Ответы 1) 5, 2) 1/5, 3) 1/2, 4) 1.

80. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3+1}{x^3} \right)^{x^2+1}$.

Ответы: 1) 2, 2) 1, 3) 3, 4) ∞ .

Приложение 13

Типовые вопросы к экзамену

ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)

1. Производная, ее свойства.
2. Геометрический и физический смысл производной.
3. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.
4. Производные сложной, обратной, параметрической функций.
5. Логарифмическое дифференцирование.
6. Производная показательно-степенной функции.
7. Дифференциал функции.
8. Производные высших порядков элементарных, сложных, параметрических и неявных функций. Дифференциалы высших порядков.
9. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Тейлора.
10. Монотонность функций. Экстремумы.
11. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
12. Правило Лопиталя.
13. Исследование функций с помощью производной.
14. Векторная функция скалярного аргумента.
15. Кривизна плоской кривой. Эволюта.
16. Кривизна пространственной кривой.

17. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле. Метод внесения под дифференциал.
18. Интегрирование по частям.
19. Интегрирование простейших дробей.
20. Интегрирование рациональных дробей.
21. Интегрирование функций, рационально зависящих от тригонометрических функций.
22. Некоторые интегралы тригонометрических функций.
23. Интегрирование алгебраических иррациональностей.
24. Обзор методов интегрирования.
25. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
26. Замена переменной в определенном интеграле.
27. Интегрирование по частям.
28. Приближенное вычисление определенных интегралов.
29. Несобственные интегралы.
30. Площади плоских фигур.
31. Длина дуги кривой.
32. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.
33. Моменты. Центр тяжести.
34. Приложения определенных интегралов к решению физических задач.
35. Двойной интеграл в прямоугольных координатах.
36. Замена переменных в двойном интеграле.
37. Вычисление площадей плоских областей.
38. Вычисление объемов.
39. Вычисление площади поверхности.
40. Приложения двойного интеграла к механике.
41. Тройной интеграл в прямоугольных координатах.
42. Переход в тройном интеграле к цилиндрическим и сферическим координатам.
43. Вычисление объемов с помощью тройных интегралов.
44. Приложения тройного интеграла к механике.
45. Криволинейные интегралы.
46. Формула Грина.
47. Приложения криволинейных интегралов.
48. Поверхностные интегралы.

Типовые задания для контрольной работы №2
ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1

Задание 1.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

а) $y = 3\sqrt[3]{x^5 + 5x^4 - \frac{5}{x}}$;

б) $y = \ln \sqrt{(1 - \sin x)/(1 + \sin x)}$;

в) $y = \operatorname{arctg}(tg^2 x)$;

г) $y = (\sin x)^{\ln x}$;

д) $x + y + x \sin y = 0$.

Задание 2.

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций: а) $y = f(x)$; б) $x = \varphi(t)$, $y = \varphi(t)$.

а) $y = e^{-x} \sin x$; б) $x = 2t - t^3$; $y = 2t^2$.

Задание 3.

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в формуле Лагранжа к функции $f(x) = e^x$, вычислить значение e^a при $a = 0,83$, с точностью до 0,001.

Задание 4.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

$$f(x) = 81x - x^4; \quad [-1; 4].$$

Задание 5.

В точках А и В, расстояние между которыми равно а, находятся источники света, соответственно с силами F_1 и F_2 . На отрезке АВ наименее освещенную точку M_0 .

Замечание. Освещенность точки источником света силой F обратно пропорционально квадрату расстояния r ее источника света: $E = kF/r^2$, $k = \text{const}$.

Задание 6.

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и используя результаты исследования, построить график.

$$\text{а) } y = \frac{x^4}{x^3 - 1}; \text{ б) } y = (2 + x^2)e^{-x^2}.$$

Задание 7.

Найти уравнения касательной, уравнение нормальной плоскости линии $r = r(t)$ в точке t_0 .

$$r(t) = (2t^2 - 5)i + (t^2 - 2t)j - \sqrt{5 - t^2}k; \quad t_0 = 2.$$

Задание 8.

Дана функция $z = f(x; y)$. Показать, что:

$$F \left(x; y; z; \frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 0.$$

$$z = xe^{y/x}; \quad F = x^2 * \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Задание 9.

Дана функция $Z = F(x; y)$ и две точки $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется: 1) вычислить значение z_1 в точке B ; 2) вычислить приближенное значение \bar{z}_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A и заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, получающуюся при замене приращения функции ее дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $Z = F(x; y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$.

$$z = x^2 - y^2 + 5x + 4y; \quad A(3; 2); \quad B(3,05; 1,98).$$

Задание 10.

Дана функция $z = f(x; y)$, точка $A(x_0; y_0)$ и вектор $\vec{a}(a_1; a_2)$. Найти: 1) $\text{grad } z$ в точке A ; 2) производную в точке A по направлению вектора \vec{a} .

$$z = \ln(3x^2 + 4y^2); \quad A(1; 3); \quad a(2; -1).$$

Вариант 2

Задание 1.

Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций.

$$\text{а) } y = 5\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{x}};$$

$$\text{б) } y = 2^x * e^{-x};$$

$$\text{в) } y = (\arcsin x) / \sqrt{1-x^2};$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^x;$$

$$\text{д) } \ln y = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right).$$

Задание 2.

Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций: а) $y = f(x)$; б) $x = \varphi(t)$, $y = \varphi(t)$.

$$\text{а) } y = x\sqrt{1+x^2}; \quad \text{б) } x = t + \ln \cos t; y = t - \ln \sin t.$$

Задание 3.

Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в формуле Лагранжа к функции $f(x) = e^x$, вычислить значение e^a при $a = 0,13$, с точностью до 0,001.

Задание 4.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

$$f(x) = 3 - 2x^2; \quad [-1; 3].$$

Задание 5.

Из круглого бревна, диаметр которого равен d , требуется вырезать балку, прямоугольного поперечного сечения. Каковы должны быть ширина и высота этого сечения, чтобы балка оказывала наибольшее сопротивление на изгиб?

Замечание. Сопротивление балки на изгиб пропорционально произведению ширины x ее поперечного сечения на квадрат его высоты: $Q = kxy^2$, $k = \text{const}$.

Задание 6.

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и используя результаты исследования, построить график.

$$\text{а) } y = \frac{4x^3}{x^3 - 1}; \quad \text{б) } y = \ln(9 - x^2).$$

Задание 7.

Найти уравнения касательной, уравнение нормальной плоскости линии $\Gamma = \Gamma(t)$ в точке t_0 .

$$r(t) = (2-t)i + \sqrt{25-t^2}j + t^2 * k; \quad t_0 = 4.$$

Задание 8.

Дана функция $z = f(x; y)$. Показать, что:

$$F \left(x; y; z; \frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 0.$$

$$z = \sin(x + ay); \quad F = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

Задание 9.

Дана функция $Z = F(x; y)$ и две точки $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется: 1) вычислить значение z_1 в точке B ; 2) вычислить приближенное значение \bar{z}_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A и заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, получающуюся при замене приращения функции ее дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $Z = F(x; y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$.

$$z = 2xy + 3y^2 - 5x; \quad A(3; 4); \quad B(3,05; 3,95).$$

Задание 10.

Дана функция $z = f(x; y)$, точка $A(x_0; y_0)$ и вектор $\vec{a}(a_1; a_2)$. Найти: 1) $\text{grad } z$ в точке A ; 2) производную в точке A по направлению вектора \vec{a} .

$$z = 3x^4 + 2x^2y^2; \quad A(-1; 3); \quad a(4; -3).$$

Типовые задания для контрольной работы №3

Вариант 1

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}; \quad \text{б) } \int x \arcsin \frac{1}{x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{(x+3)dx}{x^3 + x^2 - 2x}; \quad \text{г) } \int \frac{(\sqrt[4]{x} + 1)dx}{(\sqrt{x} + 4)\sqrt[4]{x^3}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченном полуэллипсом $y = 3\sqrt{1-x^2}$, параболой $x = \sqrt{1-y}$ и осью Oy.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^6 = a^2 (x^4 - y^4).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x o y.

$$z = 0, \quad 4z = y^2, \quad 2x - y = 0, \quad x + y = 9.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e (x^2 + y)dx - (y^2 - x)dy$$

вдоль ломанной t = ABC, где A (1; 2); B (1; 5); C (3; 5). Сделать чертеж.

Вариант 2

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы. В пункте а) и б) результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{(x + \operatorname{arctg} x) dx}{1 + x^2}; \text{ б) } \int x \ln(x^2 + 1) dx; \text{ в) } \int \frac{(x^2 - 3) dx}{x^4 + 5x^2 + 6}; \text{ г) } \int \frac{\sqrt{x + 5} dx}{1 + \sqrt[3]{x + 5}}.$$

Задание 2.

Вычислить приближенное значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} dx.$$

Задание 3.

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{x \ln x}.$$

Задание 4.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной кривыми $y = 2 / (1 + x^2)$ и $y = x^2$.

Задание 5.

Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координат площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах ($a > 0$).

$$x^4 = a^2 (x^2 - 3y^2).$$

Задание 6.

Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж данного тела и его проекции на плоскость x о y .

$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = z, \quad x^2 + y^2 = 4.$$

Задание 7.

Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_e y dx + \frac{x}{y} dy$$

вдоль дуги 1 кривой $y = e^{-x}$ от точки А (0; 1) до точки В (-1; e). Сделать чертеж.

Типовой комплект заданий для тестов

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

1. Найти производную для функции e^{-x} .

Ответы: 1) e^{-x} , 2) e^x , **3) $-e^{-x}$** , 4) $-e^x$.

2. Найти производную для функции $5x^{10} + e^{6x}$.

Ответы: 1) $50x^{11} + 6e^{6x}$, 2) $50x^{10} + 6e^{6x}$, **3) $50x^9 + 6e^{6x}$** , 4) $50x^{10} + 3e^{6x}$.

3. Найти производную функции $5x^4 + \sin(6x)$.

Ответы : 1) $5x^5 + \cos(6x)$, **2) $20x^3 + 6\cos(6x)$** , 3) $20x^4 + \cos(6x)$, 4) $x^5 + 6\cos(6x)$.

4. Найти производную функции $x^3 + \cos(3x)$.

Ответы: 1) $3x^5 + \sin(6x)$, **2) $3x^2 - 3\sin(3x)$** , 3) $3x^{45} + \sin(6x)$, 4) $4x^4 + 3\sin(3x)$.

5. Найти производную функции $\cos^2(x)$.

Ответы: 1) $\sin(2x)$, **2) $-\sin(2x)$** , 3) $-\cos(2x)$, 4) $\cos(2x)$.

6. Найти производную функции $\sin(3x + 2)$.

Ответы: 1) $3\sin(x)$, 2) $3\sin(3x + 2)$, **3) $3\cos(3x + 2)$** , 4) $-3\cos(3x + 2)$.

7. Найти производную для функции $e^{6x} \cdot (2x^4 + 5)^3$.

Ответы: 1) $6e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)^2$, **2) $6e^{6x} \cdot (2x^4 + 5)^3 + e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)^2$** , 3) $e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)$,
4) $e^{6x} \cdot (2x^4 + 5)^3 + e^{6x} \cdot 24x^3(2x^4 + 5)$.

8. Найти первую производную от функции и вычислить её значение в точке $x = 4$:

$$y = \sqrt{1 + 2x}$$

Ответ: 1) 3; **2) 0,33**; 3) 0,66; 4) 0,99; 5) 1,5;

9. Найти первую производную от функции и вычислить её значение в точке $x = 4$:

$$y = 3x - 6\sqrt{x}$$

Ответ: 1) 6; 2) 0; 3) 2; 4) 3; **5) 1,5**;

10. Найти первую производную от функции и вычислить её значение в точке $x = 1$:

$$y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{1+x^4}$$

Ответ: 1) -6; **2) -3**; 3) -2; 4) -4; 5) -5;

11. Если функция $U=U(x,y)$ дифференцируема в точке $M_0(x_0, y_0)$, а функция $x=\varphi(t)$ и $y=\psi(t)$ дифференцируема в точке t_0 , тогда функция $U(x,y)$ дифференцируема в точке t_0 и частная производная вычисляется по формуле:

Ответ: 1) $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt}$; 2) $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt}$; 3) $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{dy}{dt}$.

12. Градиентом функции $U=f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ называется

Ответ: 1) $\text{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz$;

$$2) \text{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k};$$

$$3) \text{grad}U = \frac{\partial U}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial U}{\partial y} \cos\beta + \frac{\partial U}{\partial z} \cos\gamma.$$

13. Формула Ньютона-Лейбница, если $F(x)$ - первообразная для $f(x)$, имеет вид:

Ответ: 1) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$; 2) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$;

$$3) \int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a); 4) \int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a).$$

14. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла имеет вид:

Ответ: 1) $\int_a^b U dV = UV|_a^b + \int_a^b V dU$; 2) $\int_a^b U dV = \frac{U}{V}|_a^b - \int_a^b V dU$

$$3) \int_a^b U dV = UV|_a^b - \int_a^b \frac{dU}{V}; 4) \int_a^b U dV = UV|_a^b - \int_a^b V dU.$$

15. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 \left(1 + \frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2}\right) dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

16. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{3}{14} \int_1^4 \sqrt{x} dx$$

Ответ: 1) 5; **2) 1**; 3) 4; 4) 2; 5) 3;

17. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 \frac{4}{x^2} dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

18. Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{1-e} \frac{1}{1-x} dx$$

Ответ: 1) -5; **2) -1**; 3) -4; 4) -2; 5) -3;

19. Вычислить определенный интеграл

$$9 \int_0^1 \sqrt[5]{x^4} dx$$

Ответ: **1) 5**; 2) 1; 3) 4; 4) 2; 5) 3;

20. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{12}{17} \int_0^1 (\sqrt{x} + 1)^2 dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

21. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

22. Вычислить определенный интеграл

$$18 \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{1-4x} \cdot dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; 4) 2; **5) 3**;

23. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{3}{4} \cdot \int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{x}} \cdot dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; **4) 2**; 5) 3;

24. Вычислить определенный интеграл

$$\frac{1}{4} \cdot \int_1^3 x \cdot (x^2 - 1) dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

25. Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin x \cos x dx$$

Ответ: 1) 5; **2) 1;** 3) 4; 4) 2; 5) 3;

26. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 8 \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

27. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной прямыми

$$y = \frac{1}{4}(3x - 1); y = 0; x = 2; x = 4.$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

28. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = 4x + 1; y = 6x + 1; x = 0; x = 2.$

Ответ: 1) 5; 2) 1; **3) 4;** 4) 2; 5) 3;

29. Несобственный интеграл I-ого рода обозначается:

Ответ: 1) $\int_a^b f(x) dx$; 2) $\int_a^{\infty} f(x) dx$; 3) $\int_a^0 f(x) dx$; 4) $\int_a^b df(x)$.

30. Вычислить несобственный интеграл

$$\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} \cdot dx$$

Ответ: 1) 5; **2) 1;** 3) 4; 4) 2; 5) 3;

31. Вычислить несобственный интеграл

$$9 \cdot \int_2^{\infty} \frac{1}{(x + 1)^2} \cdot dx$$

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) 4; 4) 2; **5) 3;**

32. Вычислить повторный интеграл

$$4 \cdot \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 (x + z) dz$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; **5) 4;**

33. Вычислить повторный интеграл

$$6 \cdot \int_0^1 dx \int_0^x (x+y) dy$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; **4) 3**; 5) 4;

34. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint_D xy dS,$$

где $D: 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2.$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; **4) 3**; 5) 4;

35. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$6 \cdot \iint_D (x^2 + y) dS,$$

где $D: 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1.$

Ответ: 1) 2; **2) 5**; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

36. Вычислить двойной интеграл по области, ограниченной заданными кривыми

$$12 \cdot \iint_D dS,$$

где $D: y = x^2; \quad y = x$

Ответ: **1) 2**; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

37. С помощью двойного интеграла вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми

$$y = 2x; \quad y = \frac{1}{2}x; \quad x = 4.$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; **5) 4**;

38. Вычислить тройной интеграл

$$\frac{15}{7} \cdot \int_0^1 2z dz \int_x^{2z} y dy \int_0^y dx$$

Ответ: **1) 2**; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

39. Вычислить, переходя к полярным координатам

$$\frac{12}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dS$$

$$D: x^2 + y^2 \leq 1; x \geq 0; y \geq 0$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

40. Вычислить, переходя к полярным координатам

$$\frac{24}{\pi} \iint_D (1 - \sqrt{x^2 + y^2}) dS$$

$$D: x^2 + y^2 \leq 1; x \geq 0$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

41. Вычислить, переходя к полярным координатам, интеграл по области, ограниченной заданными кривыми

$$\frac{4}{\pi - 2} \iint_D 1 dS$$

$$D: x^2 + y^2 - 2y = 0; y = 0; y = x$$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

42. Вычислить интеграл

$$2 \cdot \int_l (x - y) ds,$$

где l – отрезок прямой от $A(0, 0)$ до $B(4, 3)$

Ответ: 1) 2; 2) 5; 3) 1; 4) 3; 5) 4;

Типовые вопросы к зачету

ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Интегрирование некоторых типов дифференциальных уравнений первого порядка.
3. Дифференциальные уравнения высших порядков.
4. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Линейные дифференциальные уравнения n – го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Метод Лагранжа (метод вариации произвольных постоянных).
7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Типовые задания для контрольной работы №4
ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1

Задание 1

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y' \cos x = (y + 1) \sin x.$$

Задание 2

Найти решение задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка

$$y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x \quad y(-1) = \frac{3}{2}$$

Задание 3

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$(1 + y) y'' - 5(y')^2 = 0.$$

Задание 4

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x}$, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Задание 5

Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольной постоянной

$$y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\sin \pi x}$$

Задание 6

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 8y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать данную систему и ее решение в матричной форме.

Задание 7

Кривая проходит через точку $A(2; -1)$ и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности $k = 3$. Найти уравнение кривой.

Вариант 2

Задание 1

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Задание 2

Найти решение задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка

$$y'e^{-x} = x - 1 \quad y(1) = e$$

Задание 3

Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$xy'' + 2y' = x^3.$$

Задание 4

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 13y = 26x + 5$, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Задание 5

Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольной постоянной

$$y'' + \frac{1}{\pi^2} y = \frac{1}{\pi^2 \cos \frac{x}{\pi}}$$

Задание 6

Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4x - 6y \\ \frac{dy}{dt} = -4x - 2y \end{cases}$$

Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать данную систему и ее решение в матричной форме.

Задание 7

Кривая проходит через точку $A(1;2)$ и обладает тем свойством, что произведение углового коэффициента касательной в любой ее точке на сумму координат точки касания равно удвоенной ординате этой точки. Найти уравнение кривой.

Типовой комплект заданий для тестов

ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

1. Дифференциальные уравнения $F(x,y,y',y'',\dots,y^{(n)})=0$ называется:

Ответ: 1)уравнения с частными производными;

2)обыкновенными дифференциальными уравнениями I-ого порядка

3)обыкновенными дифференциальными уравнениями n-ого порядка;

4)уравнения с частными производными n-ого порядка.

2. Однородное дифференциальное уравнение I-го порядка решается путем подстановки:

Ответ: 1) $y = U \cdot V$; **2) $y = U \cdot x$** ; 3) $y = \frac{U}{V}$; 4) $y = \frac{x}{U}$.

3. Дифференциальное уравнение I-го порядка называется линейным, если

Ответ: 1)оно имеет вид $\frac{dy}{dx} = f(x;y)$, где $f(x,y)$ - функция нулевого измерения;

2) оно имеет вид $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, где $M(x,y)$ и $N(x,y)$ – функция одного измерения;

3) оно имеет вид $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$

4. Уравнение Бернулли имеет вид:

Ответ: **1) $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^n$** ;

2) $\frac{dy}{dx} + P(x) = Q(x) \cdot y^n$;

3) $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot x = Q(x)$.

5. Линейное уравнение первого порядка решается путем подстановки:

Ответ: 1) $y = x \cdot U$; 2) $y = \frac{U}{V}$; 3) $y = \frac{x}{U}$; **4) $y = U \cdot V$** ;

6. Уравнение Бернулли решается путем подстановки:

Ответ: 1) $y = x \cdot U$; 2) $y = \frac{U}{V}$; **3) $y = U \cdot V$** ; 4) $y = \frac{x}{U}$.

7. Чтобы дифференциальное уравнение $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ представляло собой уравнение в полных дифференциалах, нужно, чтобы было выполнено условие:

Ответ: 1) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$; 2) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$; 3) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x}$; 4) $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 N}{\partial y^2}$.

8. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n y = f(x)$ называется

Ответ: **1) линейным неоднородным;**

- 2) однородным n-го порядка;
- 3) нелинейным неоднородным n-го порядка;
- 4) линейным однородным n-го порядка.

9. Дифференциальное уравнение $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y' + a_n y = 0$ называется

Ответ: 1) линейным неоднородным;

2) однородным n-го порядка;

4) нелинейным неоднородным n-го порядка;

4) линейным однородным n-го порядка.

10. Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два частных решения y_1 и y_2 , то

Ответ: 1) $y_1 + y_2$ будет, $C_1 y_1 + C_2 y_2$ не будет решением;

2) $y_1 + y_2$ и $C_1 y_1 + C_2 y_2$ будут решениями;

3) $C_1 y_1 + C_2 y_2$ будет, а $y_1 + y_2$ не будет решениями

4) $y_1 + y_2$ и $C_1 y_1 + C_2 y_2$ могут быть, а могут и не быть решениями.

11. Если $y_1 + y_2$ - два линейно независимых решения дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$, то общее решение этого уравнения будет

Ответ: **1) $C_1 y_1 + C_2 y_2$;** 2) $y_1 + y_2$; 3) $C_1 y_1 / C_2 y_2$; 4) $e^{y_1 x} + C_2 e^{y_2 x}$.

12. Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет характеристическое уравнение вида:

Ответ: 1) $k^2 + a_1 k + a_2 = 0$; 2) $k^n + a_1 k' + a_2 k = 0$;

3) $y^2 + a_1 k + a_2 = 0$; **4) $k^2 + a_1 k + a_2 = 0$.**

13. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два различных действительных корня k_1 и k_2 . Тогда общее решение этого уравнения будет:

Ответ: **1) $C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$;** 2) $C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_2 x$; 3) $e^{k_1 x} + e^{k_2 x}$; 4) $C_1 e^{k_1 x} \cdot C_2 e^{k_2 x}$.

14. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = \alpha + i\beta$ и $k_2 = \alpha - i\beta$. Тогда общее решение дифференциального уравнения будет:

Ответ: 1) $e^{\beta x} (C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x)$; 2) $C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \alpha x$;

3) $e^{ax}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$; 4) $C_1 e^{ax} + C_2 e^{\beta x}$.

15. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет два одинаковых $k_1 = k_2$. Тогда общее решение дифференциального уравнения будет:

Ответ: 1) $C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$; 2) $C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_1 x$

3) $e^{k_1 x}(C_1 \cos k_2 x + C_2 \sin k_2 x)$; 4) $C_1 e^{k_1 x} + C_2 \cdot x \cdot e^{k_1 x}$.

16. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения

$y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные a . Укажите, какое это решение:

Ответ: 1) общее; 2) частное.

17. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения

$y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 не равные a . Укажите, вид его решения:

Ответ: 1) $Q_m(x)e^{ax}$; 2) $Q_m(x)(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; 3) $Q_m(x) \cdot x^r \cdot e^{ax}$, $r \neq 0$; 4)

$Q_m(x)e^{ax}(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$

18. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения

$y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 . Число a равно хотя бы одному корню характеристического уравнения. Укажите, какое это решение:

Ответ: 1) общее; 2) частное.

19. Характеристическое уравнение неоднородного линейного уравнения

$y'' + a_1 y' + a_2 y = P_m(x) \cdot e^{ax}$ имеет корни k_1 и k_2 . Число a равно хотя бы одному корню характеристического уравнения. Укажите, вид его решения:

Ответ: 1) $Q_m(x)e^{ax}$; 2) $Q_m(x)(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$; 3) $Q_m(x) \cdot x^r \cdot e^{ax}$; 4) $Q_m(x)e^{ax}(C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x})$.

20. Система $\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{cases}$ называется

Ответ: 1) канонической I-ого порядка;

2) нормальной I-ого порядка;

3) нормальной n-ого порядка;

4) канонической n-ого порядка.

21. Нормальная система n уравнений может быть сведена:

Ответ: 1) к дифференциальному уравнению любого порядка;

2) к дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами;

3) дифференциальному уравнению n -ого порядка.

Типовые вопросы к экзамену**ОПК 1 (знать), ОПК 2(знать)**

1. Бесконечный ряд, его сходимость.
2. Исследование на сходимости рядов с положительными членами. Признаки сравнения.
3. Признаки сходимости Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак сходимости.
5. Абсолютная сходимость. Теорема Лейбница о сходимости знакопередающихся рядов.
6. Функциональные ряды. Область сходимости.
7. Правильная сходимость функциональных рядов.
8. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости.
9. Ряд Тейлора.
10. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
11. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.
12. Ряды с комплексными членами.
13. Ряды Фурье.
14. Интеграл Фурье.
15. Скалярное поле. Производная по направлению.
16. Градиент скалярного поля.
17. Векторное поле. Поток векторного поля через поверхность.
18. Подпространства.
19. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
20. Классическое определение вероятности, случайные события, элементарные исходы, свойства классической вероятности.
21. Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей.
22. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей.
23. Условная вероятность. Теорема о формуле полной вероятности, формулы Байеса.
24. Понятие распределения вероятностей случайных событий. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли.
25. Случайные величины: определение, функция распределения случайной величины и ее свойства, независимые случайные величины.
26. Определения числовых характеристик дискретных и непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана, центральные и начальные моменты.
27. Свойства математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины.
28. Биномиальное распределение, вычисление математического ожидания и дисперсии биномиального распределенной случайной величины.
29. Геометрическое распределение. Распределение Пуассона. Вычисление основных числовых характеристик этих распределений.
30. Непрерывные случайные величины. Вычисление математического ожидания и дисперсии для равномерно и нормально распределенных случайных величин.
31. Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Функция плотности распределения. Мода, медиана. Начальные и центральные моменты.
32. Понятие о законе больших чисел.
33. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность, выборка, выборочные характеристики. Методы отбора.
34. Статистические оценки и их свойства: несмещенность, эффективность и состоятельность.
35. Представление статистических данных. Полигон частот. Гистограмма.

Типовые задания для контрольной работы №5
ОПК 1 (уметь, владеть), ОПК 2(уметь, владеть)

Вариант 1

Задание 1

Найти общий член ряда:

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$

Задание 2

Исследовать сходимость числового ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(3n)!}$$

Задание 3

Исследовать сходимость знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{(2n+1)^2}{3^n}$$

Задание 4

Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n \cdot (n+2)} x^n$$

Задание 5

Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \sin x^2 dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

Задание 6

Найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = \sin x + 0,5y^2$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 1$.

Задание 7

Разложить функцию $f(x) = x - 1$ в ряд Фурье на интервале $(-1; 1)$.

Вариант 2

Задание 1

Найти общий член ряда:

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{5}{16} + \frac{6}{25} + \frac{7}{36} + \dots$$

Задание 2

Исследовать сходимость числового ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)}$$

Задание 3

Исследовать сходимость знакопеременного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n-1}}$$

Задание 4

Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{2^n(3n-1)}} x^n$$

Задание 5

Вычислить определенный интеграл $\int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x^2} dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

Задание 6

Найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = x + x^2 + y^2$, удовлетворяющего начальному условию $y(0) = 5$.

Задание 7

Разложить функцию $f(x) = x^2$ в ряд Фурье на интервале $(-\pi; \pi)$.

Типовые задания для контрольной работы №6

Вариант 1

Задание 1

В урне 20 шаров: 16 белых, 4 черных. Из урны вынимают сразу 3 шара. Какова вероятность того, что из них 2 шара будут белые и 1 черный.

Задание 2

В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно три окажутся дефектными.

Задание 3

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0,8$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(x) = 3,2$ и дисперсия $D(x) = 0,16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Задание 4

Случайная величина x задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$. Найти

плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Задание 5

Известны математическое ожидание $a = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$ нормально распределенной случайной величины x . Найти вероятность попадания этой величины в интервал $(2; 11)$.

Задание 6

Задана матрица $P_1 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 \end{pmatrix}$ вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i ($i = 1, 2$) в состояние j ($j = 1, 2$) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

Задание 7

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75,11$, объем выборки $n = 144$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$.

Задание 8

Дана таблица распределения вероятностей двумерной случайной величины (ξ, η) :

$\xi \backslash \eta$	-1	0	1
0	0,1	0,2	0,3
1	0,2	0,2	0

Найти $M(\xi)$, $M(\eta)$, $M(\xi\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $D(\xi\eta)$.

Вариант 2

Задание 1

На завод привезли партию из 100 подшипников, в которую попали 12 бракованных. Определить вероятность того, что из 5 взятых наугад подшипников окажется: а) по крайней мере один годный, б) 2 годных и 3 бракованных.

Задание 2

Вероятность наступления события в каждом из одинаковых независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие наступит не менее 75 и не более 90 раз.

Задание 3

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0,6$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(x) = 3,4$ и дисперсия $D(x) = 0,25$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Задание 4

Случайная величина x задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$.

Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Задание 5

Известны математическое ожидание $a = 3$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 2$ нормально распределенной случайной величины x . Найти вероятность попадания этой величины в интервал $(3;10)$.

Задание 6

Задана матрица $P_1 = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$ вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i ($i = 1, 2$) в состояние j ($j = 1, 2$) за один шаг. Найти матрицу P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага.

Задание 7

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75,10$, объем выборки $n = 169$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 13$.

Задание 8

Дана таблица распределения вероятностей двумерной случайной величины (ξ, η) :

$\xi \setminus \eta$	-1	0	1
0	0,3	0,2	0,2
1	0,2	0,1	0,2

Найти $M(\xi)$, $M(\eta)$, $M(\xi\eta)$, $D(\xi)$, $D(\eta)$, $D(\xi\eta)$.